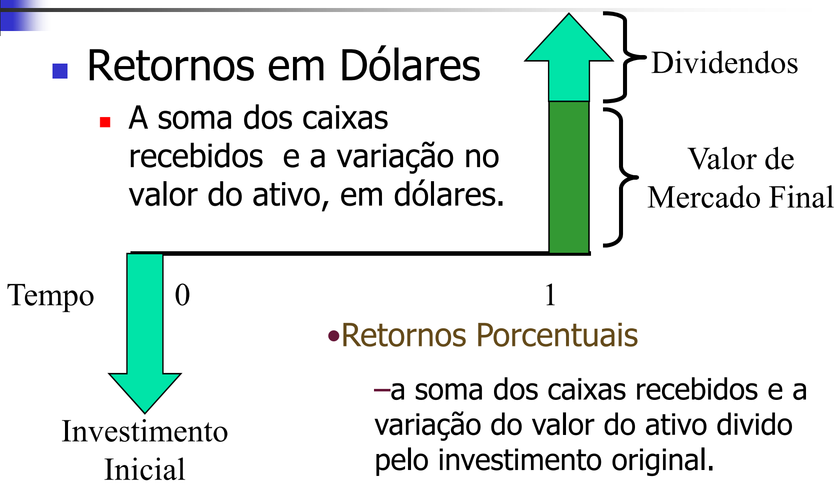
Risco e Retorno: Uma Introdução

- Agora nós estudaremos os determinantes do custo de capital.
- Para isso precisamos então saber o que determina a taxa de retorno dos ativos.
- Mas, em particular, isto depende do RISCO de um ativo.
- Logo vamos estudar riscos associados aos ativos

0

Retornos

- Retornos em Dólares
  - A soma dos caixas recebidos e a variação no valor do ativo, em dólares.



•Retornos Porcentuais

–a soma dos caixas recebidos e a variação do valor do ativo divido pelo investimento original.

1

Exercícios

Mr.X comprou uma ação por R$ 15,60. Passada uma hora vendeu-a por 15,80. Qual o retorno porcentual obtido nessa hora sem considerar os dividendos. DIRETO na HP-12C...Ficando BOM nisso.

Suponha que um ano atrás Mr X. comprou 100 ações da Companhia Inventada, SA por R$ 25. O dividendo pago por ação foi de 20 centavos. Suponha que acaba de vender a sua ação por R$ 30 (ex-dividendo). Qual foi o seu retorno? Qual o ganho de capital?

2

Retornos

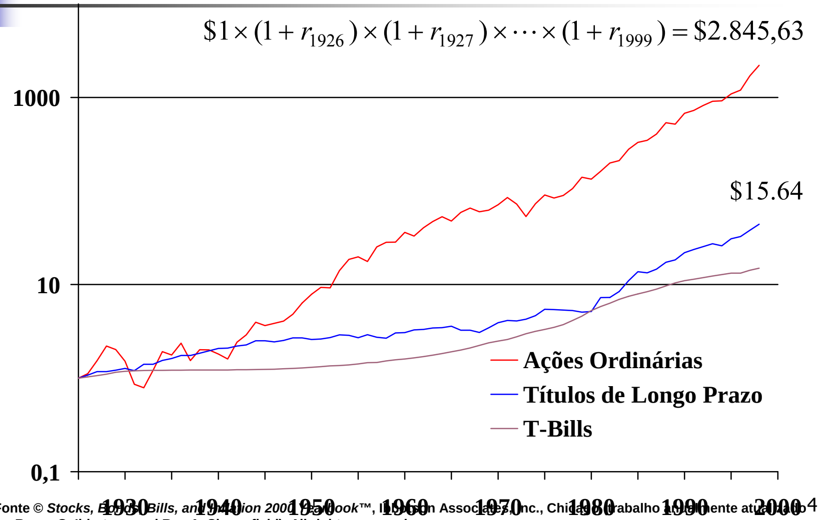
Retorno em Dólares= Dividendos + Variação no Valor de Mercado

$$\text{retorno porcentual} = \frac{\text{retorno em dólares}}{\text{valor de mercado inicial}}$$

$$= \frac{\text{dividendo} + \text{variação no valor de mercado}}{\text{valor de mercado inicial}}$$

$$= \text{rendimento dos dividendos} + \text{rendimento do ganho de capital}$$

Se você tivesse investido $1 em 1926, agora você teria quanto?



4

Estatísticas do Retorno

- A história dos retornos do mercado de capitais pode ser resumida descrevendo o
  - retorno médio

$$\bar{R} = \frac{(R_1 + \cdots + R_T)}{T}$$

  - O desvio padrão dos retornos

$$SD = \sqrt{VAR} = \sqrt{\frac{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + \cdots (R_T - \bar{R})^2}{T - 1}}$$

5

Conceito de Média

- Dado um conjunto de dados coletados, a média é definida como uma medida de tendência central e é a mais comumente usada.
- Seu valor é calculado como a soma de todos os pontos dados dividida pelo número de pontos dados incluídos.

6

Conceito de Desvio Padrão

- O **desvio padrão** é um índice de variabilidade usado para caracterizar a dispersão entre os dados numa população dada ou uma amostra.
- Ele mede a dispersão ao redor da média.
- A propriedade do desvio padrão é tal que quando os dados subjacentes estão *normalmente distribuídos*, aproximadamente 68% de todos eles caem dentro de **um** desvio padrão em cada lado da média, e aproximadamente 95% de todos os valores caem dentro de **dois** desvios padrões de cada lado da média.
- Isto tem aplicação em muitos campos, particularmente quando se tenta decidir se um valor observado não é usual de ser significativamente diferente da média.

Média e Desvio Padrão na HP-12C

- Na HP12C, os dados estatísticos são *armazenados* como um conjunto de somatórios resultantes dos dados coletados originalmente.
- O conjunto dos dados coletados originalmente *deve ser digitado antes* de se usar quaisquer características estatísticas disponíveis na HP12C, porque todos os valores produzidos por estas ferramentas estatísticas dependem deles.
- A organização da memória da HP12C permite o estudo dos dados estatísticos organizados como amostras de uma ou duas variáveis

O que a HP-12C calcula?

- Como um procedimento geral, os dados são sempre coletados como um par de números, ou valores (x,y), por exemplo, *quantidade* e *preço* de várias mercadorias.
- HP-12C calcula as seguintes somas:
- $\Sigma\ x_n \qquad \Sigma\ y_n \qquad \Sigma(x_n)^2$
- $\Sigma(y_n)^2 \qquad \Sigma(x_n \times y_n)$

9

Introduzindo os dados

- Para o caso de um par de dados:
- `digita-se o dado` *y* **ENTER** `, o dado` *x* `e, depois, pressione a tecla` **Σ+**
- A HP-12C calcula automaticamente as estatísticas e armazena nos registradores R1 a R6, como mostra a Tabela:

Registrador	Estatística
R1 e visor	N
R2	Σx
R3	Σx^2
R4	Σy
R5	Σy^2
R6	Σxy

10

Exemplo

- Os 10 últimos preços de venda da ação XYZ foram: $19,80; $18,50; $20,52; $22,53; $20,67; $20,18; $20,00; $18,90; $19,21; $20,04. Qual foi a média destes preços de venda e qual é o desvio padrão desta amostra? Um preço de venda de $24,00 será considerado não usual no mercado desta ação?
- `certifique-se de apagar as memórias somatório/estatística antes de iniciar o problema. Para isto,` **f Σ**`, antes de tudo`
- **19,80** **Σ+** **18,50** **Σ+**
- **20,52** **Σ+** **22,53** **Σ+**
- **20,67** **Σ+** **20,18** **Σ+**
- **20,00** **Σ+** **18,90** **Σ+**
- **19,21** **Σ+** **20,04** **Σ+**

A cada valor digitado, seguido de um Σ+, o visor mostra o N, número de dados entrados.

11

Exemplo - Continuação

- Para calcular a média aperte:
- **g** $\bar{x}$ 20,04
- Para calcular o desvio padrão aperte:
- **g s** 1,12
- Baseado nestes números, aproximadamente 68% dos preços estão no intervalo de $20,04 ± $1,12. Ou seja entre **$18,92** e **$21,16**.
- Aproximadamente 95% dos preços estão no intervalo $20,04 ± 2×($1,12). A seqüência de teclas seguinte dá o limite inferior:
- **g** $\bar{x}$ **ENTER g s 2 x x≷y R↓ -**
- 17,80 Analise passo a passo a pilha operacional.

12

Análise da Pilha Operacional do Exercício

g $\bar{x}$ ENTER g s 2 x x≷y R↓ -

T	0,00	**0,00**		$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	**0,00**	
Z	0,00	94,00	$\bar{x}$	0,00	$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
Y	94,00	$\bar{x}$	0,00	s	0,00	2s	$\bar{x}$	$\bar{x}$
X	$\bar{x}$	$\bar{x}$	s	2	2s	0,00	2s	Resulta-do

13

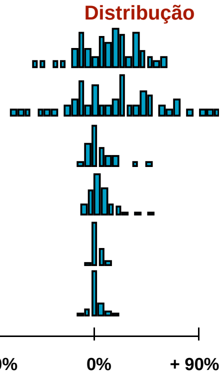
E o limite superior?

- O visor mostra o limite **inferior**.
- Para calcular o limite **superior**, se nenhuma operação foi realizada após as teclas acima, pressione:
- **x <> y g LSTx +**
- 22,27
- O visor mostra o limite superior.
- Logo, 95% dos preços estarão entre 17,80 e 22,27
- Resposta: $24,00 é um preço não usual para a ação XYZ baseado nos seus últimos 10 preços de venda.

14

Retornos Históricos, 1926-1999

Séries	Retorno Anual Médio	Desvio Padrão	Distribuição
Ações de Grandes Empresas	13.0%	20.3%	
Ações de Pequenas Empresas	17.7	33.9	
Títulos Empresariais de Longo Prazo	6.1	8.7	
Títulos do Governo de Longo Prazo	5.6	9.2	
U.S. Treasury Bills	3.8	3.2	
Inflação	3.2	4.5	



Fonte: © *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (trabalho anualmente atualizado porRoger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield). All rights reserved.

15

Retorno Médio de Ações e Retornos Livres de Risco

- O *Prêmio de Risco* é o retorno adicional (além da taxa livre de risco) resultante da tolerância ao risco.
- Uma das observações mais significativas dos dados do mercado de ações é este excesso a longo prazo no retorno da ação em relação do retorno livre de risco.
  - Ver o próximo slide

16

Retornos Médios e Prêmio de Risco

- A média do **excesso** de retorno das ações ordinárias das pequenas empresas no período de 1926 até 1999 foi de 13,9% = 17,7% – 3,8%
- A média do excesso de retorno dos títulos de longo prazo das empresas para o período de 1926 até 1999 foi de 2,3% = 6,1% – 3,8%
- A média do excesso de retorno das ações ordinárias das grandes empresas para o período de 1926 até 1999 foi 9,2% = 13,0% – 3,8%

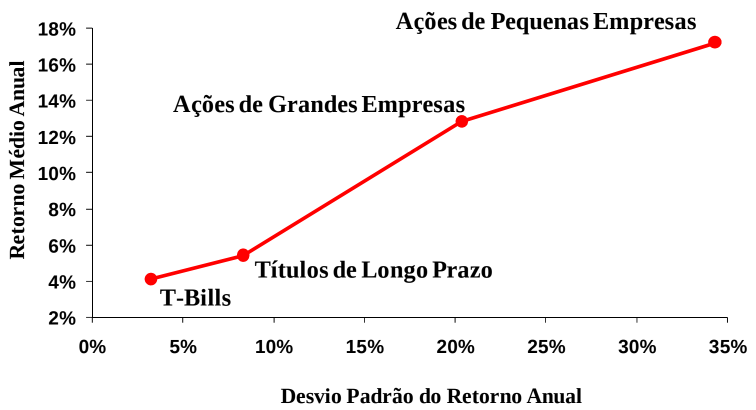
17

Prêmio de Risco

- Suponha que o *The Wall Street Journal* anunciou que a taxa atual para os Treasury bills no ano é de 5%.
- Qual é o retorno esperado sobre o mercado das ações de pequenas empresas?
- Lembre-se que a média do excesso de retorno das ações ordinárias das pequenas empresas para o período de 1926 até 1999 foi de 13,9%
- Dada uma taxa livre de risco de 5%, temos um retorno esperado sobre o mercado das ações de pequenas empresas de 18,9% = 13,9% + 5%

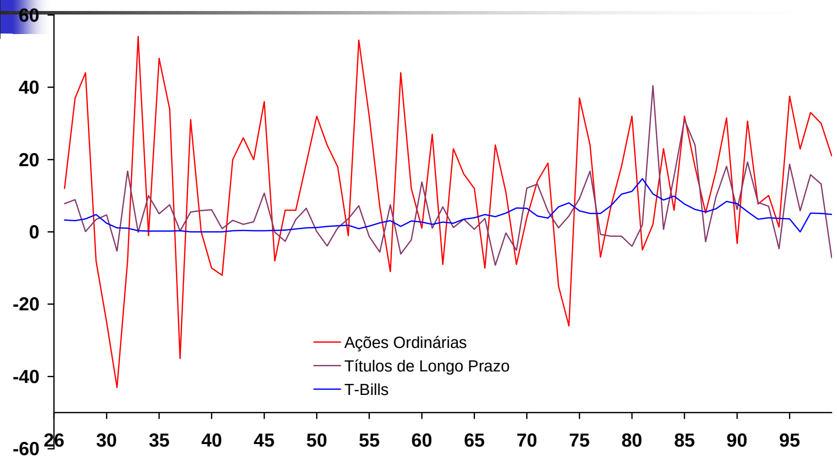
18

O *Tradeoff* Risco-Retorno



19

Taxas de Retorno 1926-1999



Fonte: © *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (trabalho anualmente atualizado porRoger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield). All rights reserved.

20

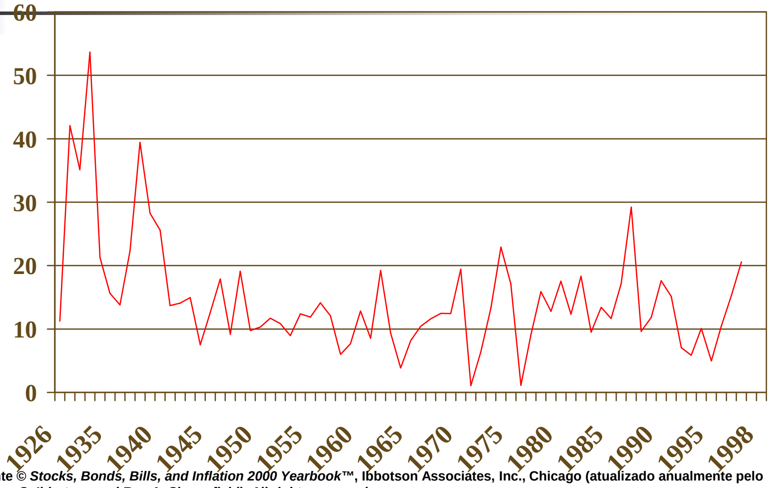
Prêmios de Risco

- Taxa de retorno sobre T-bills é essencialmente livre de risco.
- Investir em ações é arriscado.
- Para os investidores tolerarem este risco, eles precisam ser compensados – eles exigem um prêmio de risco.
- A diferença entre o retorno sobre os T-bills e ações é o prêmio de risco por se investir em ações.
- Um velho ditado da Wall Street é "Você pode ou dormir bem ou comer bem."

21

Volatilidade do Mercado de Ações

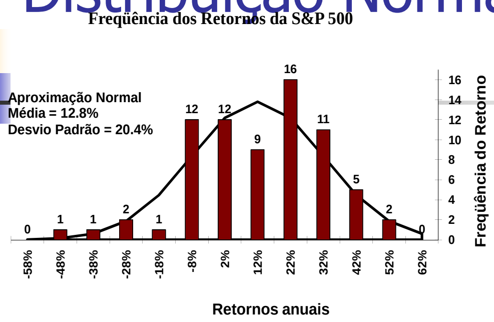
A volatilidade das ações não é constante de um ano para outro.



Fonte © ***Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook™***, **Ibbotson Associates, Inc., Chicago (atualizado anualmente pelo Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield).**

22

Distribuição Normal



Fonte© ***Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2000 Yearbook™***, **Ibbotson Associates, Inc., Chicago (trabalho anualmente atualizado porRoger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield).**

23

Estatística do Risco

- Não existe uma definição universalmente aceita para o risco.
- As medidas do risco que discutimos são a variância e o desvio padrão.
  - O desvio padrão é a medida estatística padrão do espalhamento de uma amostra, e ela será a medida que usaremos na maioria das vezes.
- QUESTÃO: O retorno esperado das ações deveria ser uma função da variância ou do desvio padrão das ações?

24

Desvio Padrão como uma Medida do Risco

O desvio padrão é freqüentemente usado pelos investidores para medirem o risco de uma ação ou um portfólio de ações. A idéia básica é que o desvio padrão é uma medida da volatilidade: quanto mais os retornos da ação variarem do valor do retorno médio daquela ação, mais volátil é a ação.

25

Exemplo de Desvio Padrão como uma Medida do Risco

Considere os portfolios seguintes e seus respectivos retornos (em porcentagem) durante os últimos seis meses.

A			B		
ValorInicial	Retorno(%)	Valor Final	ValorInicial	Retorno(%)	Valor Final
1.000	0,75	1.008	1.000	1,50	1.015
1.008	1,00	1.018	1.015	5,00	1.066
1.018	3,00	1.048	1.066	12,00	1.194
1.048	-1,50	1.032	1.194	-9,00	1.086
1.032	0,50	1.038	1.086	-4,00	1.043
1.038	2,00	1.058	1.043	1,50	1.058

Ambos os portfólios terminam o período aumentando em valor de $1.000 para $1.058. Entretanto, eles diferem claramente na volatilidade .O s retornos mensais do Portfólio A variam de -1,5% a 3,0% enquanto os do Portfólio B variam de -9,0% a 12,0%.

O desvio padrão dos retornos é uma medida melhor da volatilidade daquele intervalo porque ele leva em conta todos os valores. Assim o desvio padrão dos seis retornos para o Portfólio A é 1,52; para o Portfolio B é 7,24

26

Desvio Padrão é importante?

Um importante atributo do desvio padrão como uma medida de espalhamento é que se a média e o desvio padrão de uma distribuição normal são conhecidos, é possível calcular o percentil associado com qualquer resultado dado. Numa distribuição normal, cerca de 68% dos resultados estão dentro de um desvio padrão da média e cerca de 95% dos resultados estão dentro de dois desvios padrões da média.

O desvio padrão tem sido comprovado uma medida extremamente útil do espalhamento em parte porque ele é matematicamente tratável. Muitas fórmulas de estatística inferencial usam o desvio padrão.

27

Média e Desvio Padrão de Duas Variáveis

- Um recenseador de terrenos quer calcular a relação entre a área construída e a área do terreno de oito casas localizadas na sua vizinhança. Inicialmente ele precisa saber a média e o desvio padrão para ambos parâmetros. Suas medidas permitiram-lhe construir o seguinte quadro:

Área do Terreno (m^2)	Área Construída (m^2)	Área do Terreno (m^2)	Área Construída(m^2)
12000	3120	9000	2080
10000	2560	10000	2700
11000	2920	13000	3280
14000	3300	12000	3080

- Certifique-se em apagar as memórias estatísticas/somatório antes de iniciar o problema. f Σ
- **3120 ENTER 12000 Σ+**
- **2560 ENTER 10000 Σ+**
- **2920 ENTER 11000 Σ+**
- **3300 ENTER 14000 Σ+**
- **2080 ENTER 9000 Σ+**
- **2700 ENTER 10000 Σ+**
- **3280 ENTER 13000 Σ+**
- **3080 ENTER 12000 Σ+**

Para calcular a <u>média</u> da de terreno: **g** $\bar{x}$. Área de terreno média: 11.375 m^2
Agora pressionando **x<>y** temos área média de construção: 2.880 m^2.
Para calcular o <u>desvio padrão</u>: **g s …**desvio padrão para a área de terreno: 1.685,02 m^2.
Pressionando **x<>y** temos o desvio padrão para a área construída: 415,83 m^2.

28

Exercício

Uma pesquisa feita com sete vendedores de sua empresa revelou os dados da tabela dada a seguir. Quantas horas um vendedor trabalha, em média, por semana? Quanto ele vende, em média, por mês? Qual o desvio padrão das vendas e das horas trabalhadas por semana?

Vendedor	Horas por Semana	Vendas por Mês
1	32	R$ 1.700.000,00
2	40	R$ 2.500.000,00
3	45	R$ 2.600.000,00
4	40	R$ 2.000.000,00
5	38	R$ 2.100.000,00
6	50	R$ 2.800.000,00
7	35	R$ 1.500.000,00

<u>Resposta:</u> Média das vendas é R$ 2.171.428,57.
Média das horas de trabalho por semana é 40 h.
Desvio padrão das vendas: R$ 482.059,08
Desvio padrão das horas trabalhadas: 6,03 h.

29

Média Ponderada

- Numa **média simples**, os valores individuais são adicionados e divididos pelo número de valores envolvidos. Com efeito, *cada* peso do valor ou contribuição à média é 1/n, onde n é o número de valores na amostra.
- Comparativamente, uma **média ponderada** é uma média calculada dando *diferentes* pesos a alguns dos valores individuais.

Exemplos:

- uma média simples dos três números 5, 10 e 15 aplica-se um peso igual a (1/3) para cada valor e a uma média simples dos três números 5, 10 e 15 aplica-se um peso igual a (1/3) para cada valor e a média resultante é 10.
- Uma média ponderada ou média poderá aplicar um peso de 50% a 5 e 25% para cada um dos 10 e 15, resultando numa média ponderada de 8,75.
- Existem muitas situações onde um cálculo de média ponderada economiza uma grande porção de tempo do que usar uma abordagem de média simples.

30

Média Ponderada - Fórmula

Dado um conjunto de dados coletados onde valores repetidos v_n ocorrem k_n vezes (peso), a média ponderada é calculada como:

$$\overline{x}_w = \frac{\sum (k_n \cdot v_n)}{\sum k_n}$$

Na HP-12C a média ponderada é calculada com o uso das teclas $\boxed{g}$ $\boxed{\overline{x}_w}$ e os conteúdos de dois somatórios são usados.

$$\overline{x}_w = \frac{\sum w\,x}{\sum w}$$

31

Note que a tecla R↓ é pressionada porque o valor que aparece no visor após **g** ser pressionados é a média dos pesos e não será de nenhuma utilidade neste exemplo.

Média Ponderada - Exemplo

Um grande *shopping center* quer saber a média ponderada dos preços de venda de 2.000 unidades de um produto que tem o seu preço final ajustado de acordo com os primeiros dez dias de vendas. Calcule o preço médio e a média ponderada dos preços de vendas deste produto.

Preço por unidade	# de unidades vendidas	Preço por unidade	# de unidades vendidas
R$ 24,20	354	R$ 24,14	288
R$ 24,10	258	R$ 24,06	240
R$ 24,00	209	R$23,95	186
R$ 23,90	133	R$ 23,84	121
R$ 23,82	110	R$ 23,75	101

Certifique-se em apagar as memórias estatísticas/somatório antes de iniciar o problema.
f Σ

Médias regulares e médias ponderadas podem ser calculadas dos mesmos dados acumulados na HP12C, desde que a ordem dos valores seja entrada correta-mente: *valor* **ENTER** *peso*.

24.20 ENTER 354 Σ+ 24.14 ENTER 288 Σ+ 24.10 ENTER 258 Σ+ 24.06 ENTER 240 Σ+ 24.00 ENTER 209 Σ+ 23.95 ENTER 186 Σ+ 23.90 ENTER 133 Σ+ 23.84 ENTER 121 Σ+ 23.82 ENTER 110 Σ+ 23.75 ENTER 101 Σ+

Para calcular a média ponderada dos preços de venda: **g** $\bar{x}_w$ 24,03
Para calcular o preço médio:
g $\bar{x}$ **R↓** 23,98

32

Capital Asset Pricing Model - CAPM

- Agora estudaremos que mantendo múltiplas ações pode diversificar uma carteira (portfolio).
- Isto significa que temos de pensar mais sobre o *trade-off* risco e retorno: Alguns, mas não todos, riscos podem ser eliminados
- Somente o risco restante deverá afetar os retornos
- O *Capital Asset Pricing Model* nos diz como isto funciona

33

Tradeoff Risco-Retorno

Questão: Usamos o desvio padrão como uma medida do risco de ações. Os retornos esperados de uma ação deverão ser uma função do seu desvio padrão?

34

Tradeoff Risco-Retorno

Questão: Usamos o desvio padrão como uma medida do risco de ações. Os retornos esperados de uma ação deverão ser uma função do seu desvio padrão?

Não, porque existem 8.000-10.000 ações, e podemos *reduzir o risco* mantendo um portfólio *diversificado*.

35

Retorno Esperado, Variância, e Covariância

[redacted]

Considere o seguinte mundo de dois ativos arriscados. Existe uma chance de 1/3 de cada estado da economia e os únicos ativos são um fundo de ações e um fundo de títulos.

36

Retorno Esperado, Variância e Covariância

[redacted]

37

Retorno Esperado, Variância e Covariância

	Fundo de Ações		Fundo de Títulos	
Cenário	Taxa de Retorno	Desvio Quadrado	Taxa de Retorno	Desvio Quadrado
Recessão	-7%	3,24%	17%	1,00%
Normal	12%	0,01%	7%	0,00%
Explosão	28%	2,89%	-3%	1,00%
Retorno esperado	11,00%		7,00%	
Variância	0,0205		0,0067	
Desvio Padrão	14,3%		8,2%	

$$E(r_S) = \frac{1}{3} \times (-7\%) + \frac{1}{3} \times (12\%) + \frac{1}{3} \times (28\%)$$

$$E(r_S) = 11\%$$

38

Retorno Esperado, Variância e Covariância

- E na HP-12C, como fazemos?

- f Σ limpamos os registros estatísticos
- 7 CHS $\Sigma+$ 12 $\Sigma+$ 28 $\Sigma+$
- g $\bar{x}$ 11

39

Retorno Esperado, Variância e Covariância

Cenário	Fundo de Ações: Taxa de Retorno	Fundo de Ações: Desvio Quadrado	Fundo de Títulos: Taxa de Retorno	Fundo de Títulos: Desvio Quadrado
Recessão	-7%	3,24%	17%	1,00%
Normal	12%	0,01%	7%	0,00%
Explosão	28%	2,89%	-3%	1,00%
Retorno esperado	11,00%		7,00%	
Variância	0,0205		0,0067	
Desvio Padrão	14,3%		8,2%	

$$E(r_B) = \frac{1}{3} \times (17\%) + \frac{1}{3} \times (7\%) + \frac{1}{3} \times (-3\%)$$

$$E(r_B) = 7\%$$

40

Retorno Esperado, Variância e Covariância

$$(11\% - -7\%)^2 = 3.24\%$$

41

Retorno Esperado, Variância e Covariância

[redacted]

$$(11\% - 12\%)^2 = 0{,}01\%$$

42

Retorno Esperado, Variância e Covariância

[redacted]

$$(11\% - 28\%)^2 = 2{,}89\%$$

43

Retorno Esperado, Variância e Covariância

[redacted]

$$2.05\% = \frac{1}{3}(3.24\% + 0.01\% + 2.89\%)$$

44

Retorno Esperado, Variância e Covariância

[redacted]

$$14.3\% = \sqrt{0.0205}$$

45

Retorno e Risco para Portfolios

[redacted]

Note que as ações têm um retorno esperado maior que os títulos e um risco maior. Voltemos agora para o *tradeoff* risco-retorno de um portfólio que está 50% investido em títulos e 50% investido em ações.

46

Retorno e Risco para Portfolios

[redacted]

A taxa de retorno do portfolio é uma **média ponderada** dos retornos das ações e títulos no portfolio:

$$r_P = w_T r_T + w_A r_A$$

$$5\% = 50\% \times (-7\%) + 50\% \times (17\%)$$

47

Retorno e Risco para Portfolios

[redacted]

A taxa de retorno do portfolio é uma média ponderada dos retornos das ações e títulos no portfolio:

$$r_P = w_T r_T + w_A r_A$$

$$9{,}5\% = 50\% \times (12\%) + 50\% \times (7\%)$$

48

Retorno e Risco para Portfolios

[redacted]

A taxa de retorno do portfolio é uma ***média ponderada*** dos retornos das ações e títulos no portfolio:

$$r_P = w_T r_T + w_A r_A$$

$$12{,}5\% = 50\% \times (28\%) + 50\% \times (-3\%)$$

49

Retorno e Risco para Portfolios

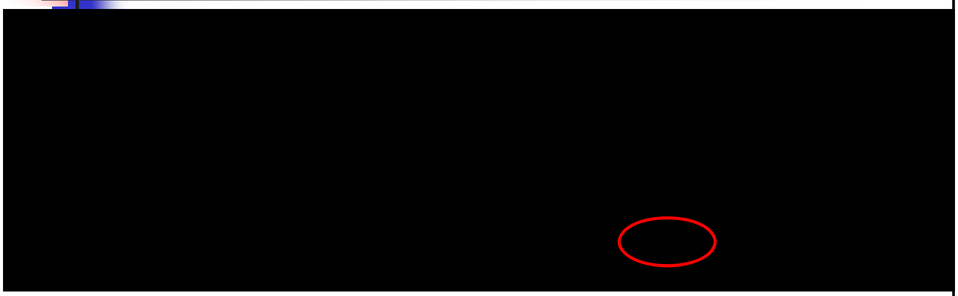
A taxa de retorno *esperada* do portfolio é uma ***média ponderada*** dos retornos *esperados* dos títulos no portfolio.

$$E(r_P) = w_T E(r_T) + w_A E(r_A)$$

$$9\% = 50\% \times (11\%) + 50\% \times (7\%)$$

50

Retorno e Risco para Portfolios



A variância da taxa de retorno de de um portfólio com dois ativos arriscados é

$$\sigma_P^2 = (w_T \sigma_T)^2 + (w_A \sigma_A)^2 + 2(w_T \sigma_T)(w_A \sigma_A)\rho_{TA}$$

onde ρ_{TA} é o **coeficiente de correlação** entre os retornos dos fundos de ações e títulos.

51

Retorno e Risco para Portfolios

[redacted]

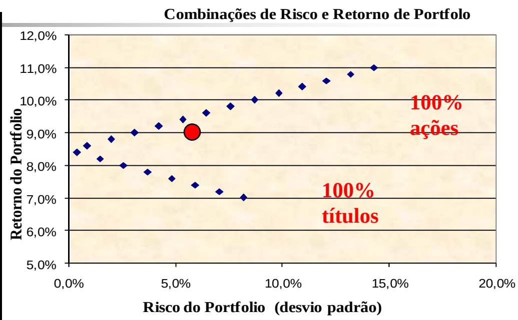
Observe o decrescimento no risco que a diversificação oferece.

Um portfólio igualmente ponderado (50% em ações e 50% em títulos) tem menos risco do que manter ações ou títulos isoladamente.

52

O Set Eficiente para Dois Ativos

[redacted]

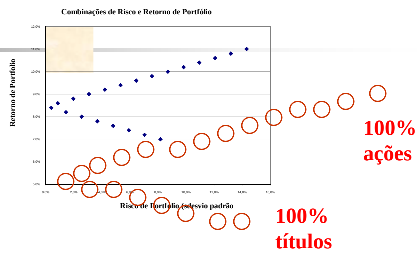


Podemos considerar outros pesos além de 50% em ações e 50% em títulos …

53

O Set Eficiente para Dois Ativos

[redacted]	k	Return	urn
[redacted]	%	7.0%	%
[redacted]	%	7.2%	%
[redacted]	%	7.4%	%
[redacted]	%	7.6%	%
[redacted]	%	7.8%	%
[redacted]	%	8.0%	%
[redacted]	%	8.2%	%
[redacted]	%	8.4%	%
[redacted]	%	8.6%	%
[redacted]	%	8.8%	%
[redacted]	%	9.0%	%
[redacted]	%	9.2%	%
[redacted]	%	9.4%	%
[redacted]	%	9.6%	%
[redacted]	%	9.8%	%
[redacted]	%	10.0%	0%
[redacted]	%	10.2%	2%
[redacted]	%	10.4%	4%
[redacted]	%	10.6%	6%
[redacted]	%	**10.8%**	8%
[redacted]	%	11.0%	0%

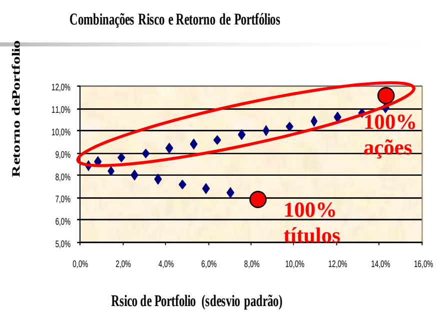


Podemos considerar outros pesos além de 50% em ações e 50% em títulos …

54

O Set Eficiente para Dois Ativos

[redacted]



Note que alguns portfólio são "melhores" que outros. Eles têm retornos maiores para o mesmo nível de risco ou menos.

Estes formam a *fronteira eficiente*.

55

Exercícios do listão

Exercício 3

Uma carteira (portfólio) é composta por três ativos nas seguintes proporções: 20% (Ativo 1); 40% (Ativo 2) e 40% (Ativo 3). Se os retornos esperados dos ativos forem 10% (Ativo 1), 0% (Ativo 2) e 20% (Ativo 3) pode afirmar-se:
a) O retorno esperado da carteira é de 8%;
b) O retorno esperado da carteira é de 10%;
c) O retorno esperado da carteira é de 12%;
d) Nenhuma das respostas anteriores está certa.

56

Exercícios do listão

Exercício 4

Considere a informação constante da tabela que se segue relativa a três ações:

	Ação A		Ação B		Ação C	
Tempo	Cotação	Dividendo	Cotação	Dividendo	Cotação	Dividendo
1	7,5		5		10	
2	8,25		5,25		9,5	
3	8,91	0,25	5,67	0,21	9,40	0,38
4	9,8		6,29		10,4	
5	8,82		5,75		11	
6	9,26	0,27	5,4	0,15	10,2	0,22
7	9,54		5,9		10,8	

Determine:
a) O retorno porcentual em cada período;
b) Calcule o retorno esperado e a variância e o desvio padrão do retorno de cada ação;
c) Calcule a covariância e o coeficiente de correlação entre todos os pares de ações;
d) Calcule o retorno médio e o desvio padrão das seguintes carteiras:
C1: 0,5*A + 0,5*B
C2: 0,5*A + 0,5*C
C3: 0,5*B + 0,5*C
C4: 1/3*A + 1/3*B + 1/3*C.

57

Exercícios do listão

Exercício 5

Relativamente a um conjunto de 4 títulos, conhece-se a seguinte informação:

Condições de Mercado	Probabilidade	Retorno Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4
Boas	1/3	15	16	1	16
Médias	1/3	9	10	10	10
Más	1/3	3	4	19	4

Calcule o retorno esperado e a variância para cada dos 4 tipos de ativos.

Exercícios do listão

Exercício 6

Sabendo que a covariância entre dois títulos é de 0,25, e que a variância de um deles é de 0,40, pode afirmar-se:

a) Se a variância do outro título for 0,16, a variância de uma carteira em que os títulos têm pesos idênticos é de 0,265;

b) Se a variância do outro título for 0,35, então o coeficiente de correlação linear entre ambos é de 0,668;

c) As alíneas (a) e (b) estão corretas;

d) As alíneas (a) e (b) estão erradas.

Exercícios do listão

Exercício 7

Reportando-se aos dados da tabela constante do exercício 5, calcule:

a) O retorno esperado para uma carteira constituída pelos ativos 2 e 3 com pesos, respectivamente, de 60% e 40%.

b) Calcule o retorno esperado de uma carteira em que os ativos 1, 2 e 3 têm pesos iguais.

c) Calcule o retorno esperado para uma carteira em que os 4 ativols têm pesos iguais.

d) Calcule a covariância entre os ativos 2 e 3.

e) Calcule o coeficiente de correlação linear entre os ativos 1 e 2.

f) Calcule o coeficiente de correlação linear entre os ativos 2 e 3.

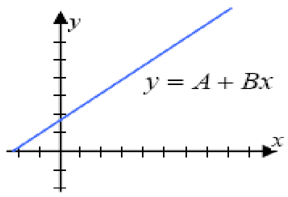
g) Calcule o coeficiente de correlação linear entre os ativos 1 e 3.

h) Calcule a variância da carteira referida na alínea a).

i) Calcule o desvio padrão da carteira referida na alínea b).

Regressão Linear

- A regressão linear é um método estatístico para se encontrar uma linha reta suave que melhor se ajusta a dois ou mais pares de dados de uma amostra que está sendo analisada. Qualquer linha reta como aquela uma mostrada na Figura 1 tem dois coeficientes específicos que a localizam precisamente num sistema de coordenadas planas: um intercepto em *y* que denominamos de ***A*** e uma inclinação ***B***. Estes coeficientes compõem a equação da linha reta ***y = A + Bx***. É importante mencionar também que a correlação | ***r*** | é sempre 1 quando somente dois pontos forem entrados.
-



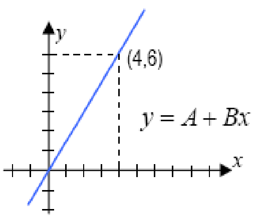
E como fazer na HP-12C?

- Na HP12C, somatórios resultantes de dados estatísticos são apropriados para cálculos de regressão linear. Dadas as coordenadas *y* e *x* de quaisquer dois ou mais pontos pertencentes a uma curva, os coeficientes de regressão linear podem ser facilmente encontrados.

62

Exemplo #01

- Baseado na informação apresentada no gráfico da Figura abaixo encontre o *intercepto y* e a *inclinação* para caracterizar a linha reta. Note que a linha cruza o eixo *x* na origem (0,0).



Um dos pontos que pertence à curva é (0,0) e o outro é (4,6). Ambos devem ser entrados para se calcular a equação da linha. Certifique-se de limpar as memórias estatísticas/somatório antes de início do problema.

f Σ 0 ENTER 0 Σ+ 6 ENTER 4 Σ+

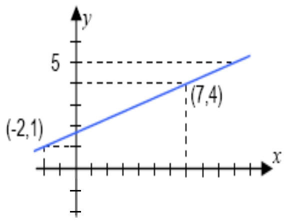
Agora calcule a inclinação (B) entrando com: (Desde que *A* é zero)

1 g y,r 1,50

63

Exemplo #02

- Baseado na informação apresentada no gráfico da Figura 5, compute o intercepto *y* e a inclinação para caracterizar a linha reta. Daí, então, use o x-previsto para computar a coordenada x relacionada à *y*=5.



Os pares de dados devem ser entrados antes de se computar os coeficientes.

1 ENTER 2 CHS Σ+

4 ENTER 7 Σ+

Como a linha não cruza o eixo x na origem, estimamos y quando x = 0 para achar o **A**, intercepto-y:

0 g y,r A = 1,67

Para calcular a inclinação, pressione agora:

1 g y,r x><y R↓ x><y - B = 0,33

Você está certo de que as memórias estatísticas estavam limpas?

Agora é necessário estimar x para *y*=5.

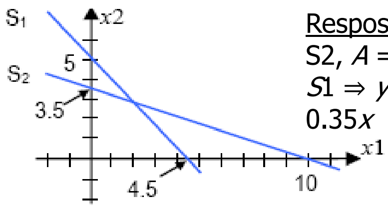
5 x,r

x = 10

64

Exercício

- A programação linear é uma técnica comum usada para resolver problemas de pesquisa operacional por inspeção gráfica. Baseado na informação apresentada no gráfico da Figura 10, compute o intercepto-*y* e a inclinação para ambas as linhas S1 e S2.



Resposta: Para S1, $A = 5$ e $B = -1.11$. S2, $A = 3.5$ e $B = -0.35$. $S1 \Rightarrow y = 5 - 1.11x$ $S2 \Rightarrow y = 3.5 - 0.35x$

65

Onde se aplica a Regressão Linear Simples?

A regressão linear simples é um modelo estatístico usado em várias áreas:

Variável dependente Y	Variável independente X
Renda	Consumo
Gasto com controle de qualidade (R$)	Número de defeitos nos produtos
Memória RAM de computador	Tempo de resposta do sistema
Área construída do imóvel (m^2)	Preço do imóvel

66

Em Economia

Em Economia, a demanda por x unidades de um produto ao preço unitário de p unidades monetárias (u.m.) é dada por uma equação envolvendo essas variáveis, chamada **equação de demanda**. Também a oferta de x unidades de um produto ao preço unitário de p (u.m.) é dada por uma equação, chamada **equação de oferta**.

Considere as tabelas abaixo:

unidades	Preço
0	6,00
1	5,50
2	5,00
3	4,50
4	4,00
5	3,50
6	3,00
7	2,50
8	2,00
9	1,50

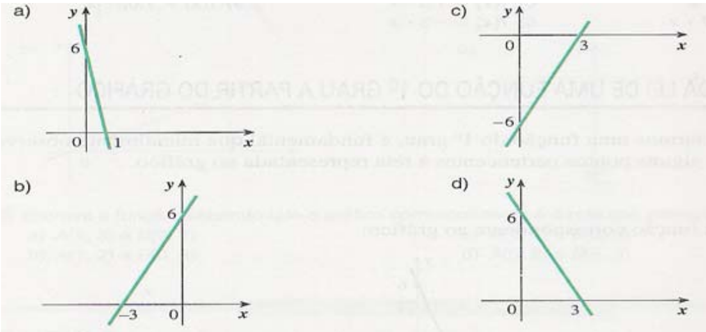
unidades	Preço
0	1,00
1	3,00
2	5,00
3	7,00
4	9,00
5	11,00
6	13,00
7	15,00
8	17,00
9	19,00

a. Encontre as equações de demanda e de oferta.
b. Construa os gráficos de demanda e de oferta.
c. O ponto de equilíbrio é atingido quando forem vendidas quantas unidades? A que preço?

67

Exercício de Reconhecimento

O gráfico da função y = -2x + 6 para x ∈ |R é:



Exercício de Vestibulares

1. Na produção de peças, uma industria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida . Sendo x o número de unidades produzidas:
   a) escreva a lei da função que fornece o custo total de peças;
   b) calcule o custo de 100 unidades;
2. (FGVSP) Os gastos de consumo (C) de uma família e sua renda (x) são tais que C = 200+0,8x . Podemos então afirmar que :
   (A) se a renda aumenta em 500, o consumo aumenta em 500,
   (B) se a renda diminui em 500, o consumo diminui em 500.
   (C) se a renda aumenta em 1000, o consumo aumenta em 800.
   (D) se a renda diminui em 1000, o consumo diminui em 2800.
3. (VUNESP) Por uma mensagem dos Estados Unidos para o Brasil, via fax, a Empresa de Correios e Telégrafos (ECT) cobra R$ 1,37 pela primeira pagina e R$ 0,67 por pagina que segue, completa ou não.Qual o número mínimo de mensagens para que o preço ultrapasse o valor de R$ 10,00 é de:
   (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

Praticando

Construir a equação de regressão, com ela fazer um gráfico e determinar a altura do filho de um pai com 164 cm, para a distribuição de altura dos pais (X) e a altura dos filhos (y):

x	y
164	166
166	166
169	171
169	166
171	171
173	171
173	178
176	173
178	178

Resp: y = 22 + 0,872 x

70

Praticando

Chama-se coeficiente de determinação R^2 (R-quadrado) a razão:

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{125,454}{176,886} = 0,709 \text{ ou } 70,9\%$$

O coeficiente de determinação é uma medida descritiva da proporção da variação de Y que pode ser explicada por x. Segundo o modelo, temos R^2 = 70% dentre os 9 indivíduos estudados, i.é., 70% da variação das alturas é determinada pelos pais e 30% por outros fatores.

x	y	$(y-y_{méd})^2$	$(- - y_{méd})^2$
164	166	26,122	37,255
166	166	26,122	19,011
169	171	0,0	3,42
169	166	26,122	3,42
171	171	0,012	0
173	171	0,012	3,041
173	178	47,458	3,041
176	173	3,568	19,009
178	178	47,458	37,257

71

Coeficiente de Variação

Os retornos mensais dos investimentos em ações A e B durante os últimos 6 meses estão apresentados na tabela seguinte:

Qual dos dois apresenta maior dispersão?

Seria muito bom ressaltar que quando comparamos distribuições pode acontecer delas terem unidades e/ou valores de média bem diferentes.

	A	B
$x_{médio}$	9,33%	7,17%
s	3,72%	1,17%
CV	39,9%	16,9%

Solução

A	B
5%	6%
9%	7%
15%	9%
12%	7%
9%	6%
6%	8%

É importante introduzir o coeficiente de variação, definido por:
Trata-se de uma medida relativa, enquanto o **s** é uma medida absoluta.
O coeficiente da variação mede a variabilidade (em Finanças = RISCO do investimento.
Aqui neste exemplo temos CV da ação A é MAIOR que o CV da ação B. A ação A oferece maior risco.

$$CV = \frac{s}{x_{médio}}$$

72

Exercícios do listão

Exercício 8

Considere que ao longo dos últimos 10 anos, se verificaram os seguintes retornos:

Ano	Retorno Ações Ordinárias	Retorno Letras do Tesouro
-10	35,0%	11,2%
-9	-8,2%	12,5%
-8	4,5%	10,5%
-7	18,0%	8,2%
-6	22,5%	9,5%
-5	6,5%	7,7%
-4	33,2%	6,9%
-3	18,9%	7,2%
-2	4,6%	6,5%
Último	13,8%	6,3%

a) Calcule o prêmio de risco verificado em cada um desses anos para os investimentos acionistas.
b) Calcule o prêmio de risco médio verificado.
c) Admitindo que o prêmio de risco esperado anual era de 6%, diga qual foi o retorno anormal verificado em cada um dos anos. E qual foi o retorno anormal médio?

73

Exercícios do listão

Exercício 9

A probabilidade de uma economia vir a ter um crescimento moderado no próximo ano é de 0,6. A probabilidade de recessão é de 0,2. A probabilidade de rápida expansão é de 0,2. Se a economia cair em recessão espera que a sua carteira de investimentos mobiliários tenha um retorno de 5%. Com crescimento moderado espera 8% E com
rápida expansão espera 15%.

a) Qual o retorno que espera obter no próximo ano?
b) Qual o risco respectivo, medido pelo desvio padrão dos retornos?

Exercício 10

Suponha que possui um ativo com um retorno esperado de 12% e um desvio padrão de 20%. Se os retornos forem normalmente distribuídos, a probabilidade (em termos aproximados) de receber um retorno superior a 32% é de cerca de:

a) 5%.
b) 16%.
c) 33%.
d) 67%.

74

Mais Exercícios e Correlação.

1. Os retornos anuais das ações X e Y durante os últimos 5 anos foram:

X	Y
12%	12%
15%	16%
12%	15%
11%	9%
14%	13%

a. Qual as médias dos retornos das ações X e Y? Resp: $x_{Médio}$ = 12,80 e $Y_{médio}$ =13%.
b. Quais os desvios padrões dos retornos das ações X e Y? S_A = 1,64 e S_B = 2,74.
c. Quais os coeficientes de variações das ações X e Y? CV_A = 0,13 e CV_B =0,21
d. Qual ação apresenta maior risco? A ação Y
e. Calcule a COVARIÂNCIA entre as ações X e Y.

A covariância resume num único número a tendência e a força da relação linear entre 2 variáveis, e é dado por :

$$s_{XY} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)$$

$X_i - X_{Médio}$	Y_i - $Y_{Médio}$
-0,80	-1,00
2,20	3,00
-0,80	2,00
-1,80	-4,00
1,20	0,00

Inserir na HP-12C os dados ao lado . **RCL 6**. Iremos obter **13**. Após dividir este por **n-1**. O resultado será **3,25**

75

O Coeficiente de Correlação r_{XY}.

É definido como:

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y}$$

No exercício anterior, temos 13/(1,64x2,74) = 0,72.

$$-1 \leq r_{XY} \leq 1.$$

- Se r = +1 .... As duas séries de valores estão PERFEITAMENTE CORRELACIONADAS DE FORMA POSITIVA.
- Se r = -1 .... As duas séries de valores estão PERFEITAMENTE CORRELACIONADAS DE FORMA NEGATIVA.
- Se r = 0 .... Não há relação.

O coeficiente de determinação $\mathbf{r^2}$ mede a explicação da reta de regressão e pode ser obtido como elevando o coeficiente de correlação ao quadrado. O r^2 dá a porcentagem das variações de Y que podem ser explicadas pela variação de X.

O r_{XY} é encontrado na HP-12C toda vez que pressionamos **g y^ , r .** Basta trocar a pilha x com a y. Aliás, é aquele valor que até agora jogamos fora.

76

Exemplo Completo.

O diretor de vendas de uma rede de varejo nacional necessita analisar a relação entre o investimento em propaganda e as vendas da empresa. O objetivo é dispor de uma equação matemática que permita realizar projeções de vendas a partir de investimentos em propaganda. O departamento de vendas preparou a tabela abaixo com as vendas em milhões e os investimentos em propaganda em milhões dos últimos dez anos. Definir um modelo que represente a relação entre as duas variáveis ou amostras.

Propaganda	30	21	35	42	37	20	8	17	35	25
Vendas	430	335	520	490	470	210	195	270	400	480

Primeiramente inserir todos as despesas de propaganda e as vendas na HP-12C utilizando a tecla Σ+, após limpar os registros estatísticos com f Σ.

77

Propaganda	30	21	35	42	37	20	8	17	35	25
Vendas	430	335	520	490	470	210	195	270	400	480

Qual a equação de regressão de Vendas (Y) versus Propaganda (X)?

Resp: Y = 117,07 + 9,74 X

Qual o coeficiente de correlação entre as vendas e a propaganda?

Resp: r_{XY} = 0,859366

Qual as médias de vendas e de propaganda?

Vendas $Y_{médio}$=380,00 Propaganda $X_{médio}$= 27

Qual os desvios padrões de vendas e de propaganda?

Vendas s_Y = 120,16 Propaganda s_X = 10,60

Qual o coeficiente de determinação? 0 que ele significa

Resp: r^2 =0,738510. Significa que 74% das variações das vendas são explicadas pelas variações em propaganda.

Fazer um gráfico da reta de regressão.

Projetar as vendas para investimentos de 20, 30 e 45 milhões em propaganda.

Resp: 311,83; 409,21; 555,29 milhões respectivamente.

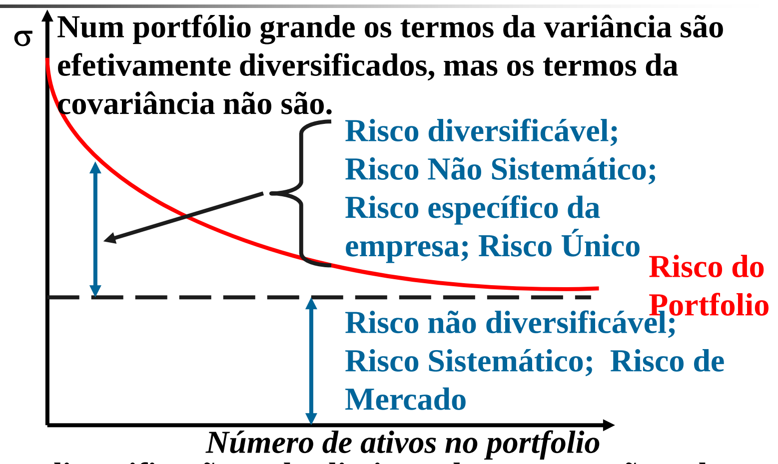
78

Risco/Retorno de Portfolio para Dois Títulos: Efeitos de Correlação

- Relação de dependência do coefciente de correlação ρ.
- -1.0 ≤ ρ ≤ +1.0
- Quanto mais baixa a correlação, maior a redução potencial do risco
- Se ρ = +1.0, nenhuma redução do risco é possível

79

Risco de Portfolio como uma Função do Número de Ações no Portfolio



Assim a diversificação pode eliminar alguns, mas não todos os riscos dos títulos individualmente.

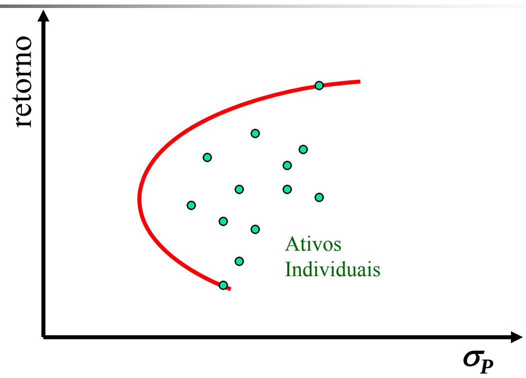
80

Risco, Retorno e o Custo de Capital

- Os investidores exigem um prêmio de risco para tolerarem o risco *diversificável*?
- Não, porque eles mantém um portfólio diversificado para simplesmente eliminar este risco. "Risco diversificável não é precificado".
- Esta estratégia não funciona para risco *não-diversificável*.
- A quantia de risco não diversificável deverá determinar o custo de capital.

81

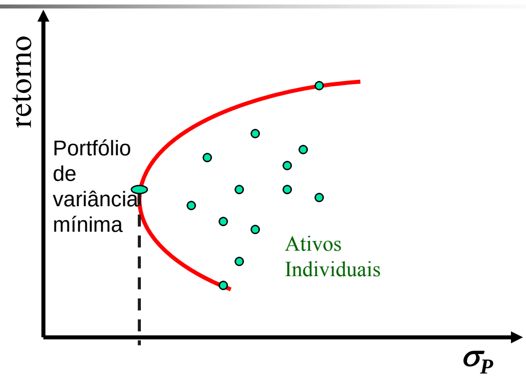
O Set Eficiente para Muitos Títulos



Considere um mundo com muitos ativos arriscados; podemos ainda identificar o *opportunity set* das combinações de vários portfólios.

82

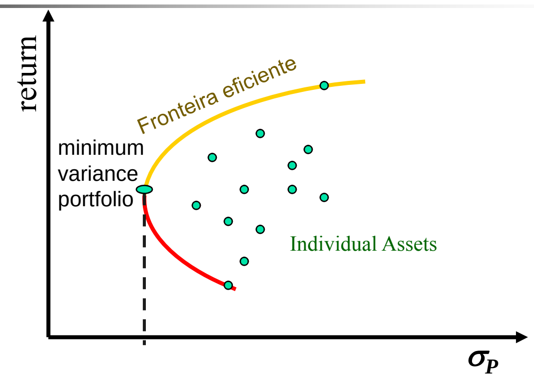
O Set Eficiente para Muitos Títulos



Dado o *opportunity set* podemos identificar o **portfolio de variância mínima.**

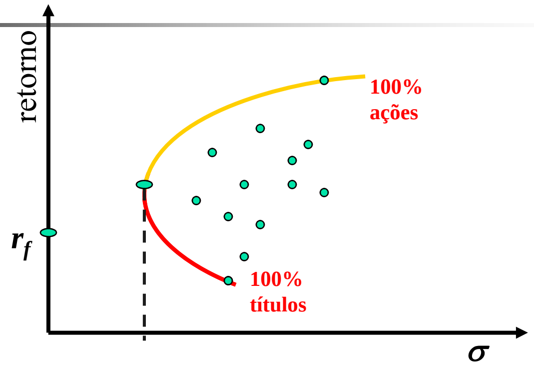
83

O Set Eficiente para Muitos Títulos



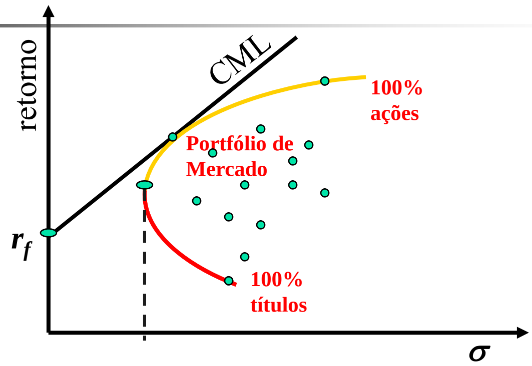
The section of the opportunity set above the minimum variance portfolio is the efficient frontier.

Portfólio Arriscado Ótimo com um Ativo Livre de Risco



Além das ações e títulos, considere um mundo que também tenha títulos livres de risco como os T-bills

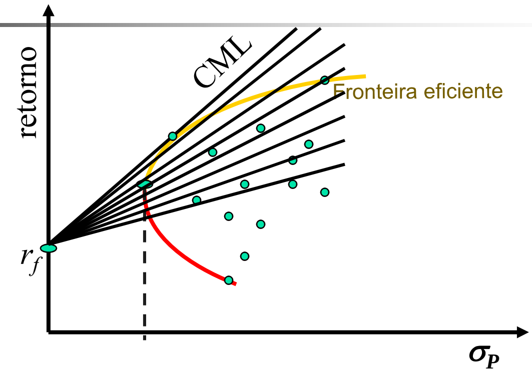
Tomar Emprestado e Emprestar Sem Risco



Agora os investidores podem alocar seu dinheiro entre T-bills e o portfólio de mercado.

86

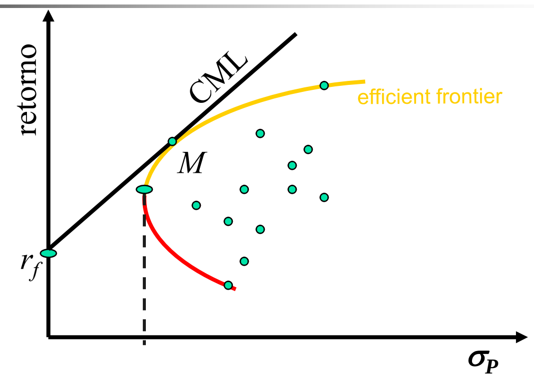
Tomar Emprestado e Emprestar Sem Risco



Com um ativo livre de risco disponível e a fronteira eficiente identificada, escolhemos a linha de alocação de capital disponível com a maior inclinação

87

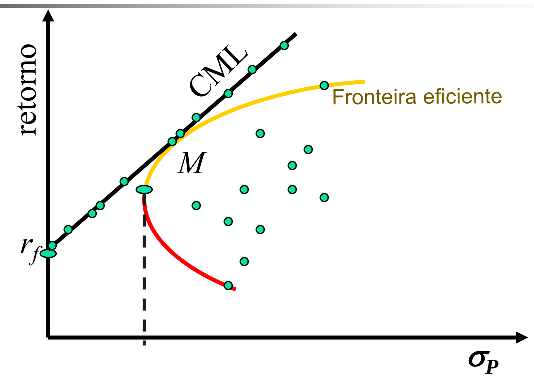
Equilíbrio de Mercado



Com a linha de alocação de capital identificada, todos os investidores escolhem um ponto ao longo da linha—alguma combinação do ativo livre de risco e o portfolio de mercado *M*.

88

A Propriedade Separação



Investidores com aversão ao risco determinam onde eles permanecem ao longo da linha de alocação de capital — a linha por si só é a mesma para todos.

89

Conselhos de Portfolio

- Mantenha sempre um portfólio bem diversificado
- Antes do CAPM, as pessoas acreditavem ser necessário ter analistas profissionais para escolher ações (*administração de portfólio de ativos*)
- A CAPM diz que você pode apenas manter o índice de mercado , p.ex. S&P 500 . Este é chamado de *administração passiva de portfólio*. Mas como manter 500 ações?
- Resposta: Fundos Mútuos de índices a taxas extremamente baixas.

90

CAPM e o Custo de Capital

- A CAPM foi um grande sucesso. Existem muitos aspectos imortantes para ela que você discutiria nas aulas de investimentos.
- Os planos de aposentadoria definida são todos projetados baseados na CAPM e suas extensões.
- Mas o que fazer com *finanças corporativas*?
- **CAPM nos diz como encontrar o custo de capital (i.e. o retorno esperado) para uma empresa em particular.**

91

Retorno Esperado de um Título Individual

- Esta fórmula é chamada de Capital Asset Pricing Model (CAPM)

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i \times (\bar{R}_M - R_F)$$

Retorno esperado de um título	=	Taxa livre de risco	+	Beta do título	×	Prêmio de risco de mercado

- Assuma $b_i = 0$, daí então o retorno esperado é R_F.
- Assuma $b_i = 1$, daí então $\bar{R}_i = \bar{R}_M$

92

A Fórmula para o Beta

O Beta é uma medida de quão sensível é a ação aos movimentos de mercado. Ele captura a parte *não-diversificável* dorisco.

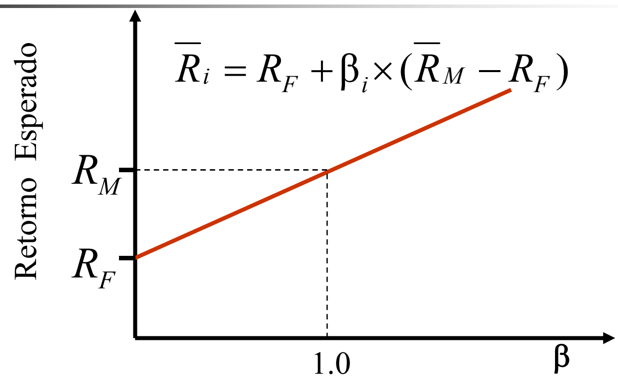
$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Claramente, sua estimativa do beta dependerá de sua escolha de um substituto para o portfólio de mercado.

As pessoas gerralmente usam o S&P 500.

93

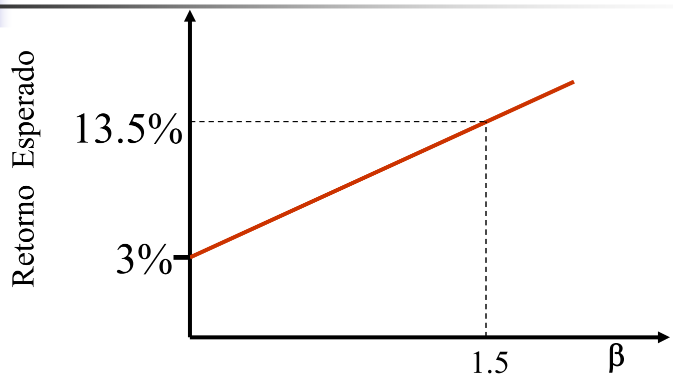
Relação Entre Riscok & Retorno Esperado



$$\overline{R}_i = R_F + \beta_i \times (\overline{R}_M - R_F)$$

94

Relação Entre Riscok & Retorno Esperado



$$\beta_i = 1.5 \qquad R_F = 3\% \qquad \overline{R}_M = 10\%$$

$$\overline{R}_i = 3\% + 1.5 \times (10\% - 3\%) = 13.5\%$$

95

Mais sobre o Beta

O retorno da ação i é dado por:

$$R_i = r_f + \beta_i(R_m - r_f) + \varepsilon_i$$

Assim, a variância da ação é dada por:

$$\mathrm{Var}(\mathrm{R_i}) = \beta^2 \mathrm{Var}(\mathrm{R_m}) + \mathrm{Var}(\varepsilon_i)$$

- $\mathrm{Var}(\varepsilon_i)$ representa a quantia de *risco que pode ser diversificado .*
- $\beta^2 \mathrm{Var}(R_m)$ representa a quantia de*risco não diversificável*.

96

Exemplo: Indústria Naval

- As ações no sentido moderno originam-se na indústria naval. Os navios são caros e sujeitos a acidentes em tempo ruim (tempestade).
- **Q:** Qual é a covariância de um tal evento com mercado de ações?

97

Exemplo: Indústria Naval

- As ações no sentido moderno originam-se na indústria naval. Os navios são caros e sujeitos a acidentes em tempo ruim (tempestade).
- **Q:** Qual é a covariância de um tal evento com mercado de ações?
- **A:** Essencialmente zero.
- Assim, o risco de um naufrágio marítmo é um risco diversificável. Ele não contribui ao custo de capital.

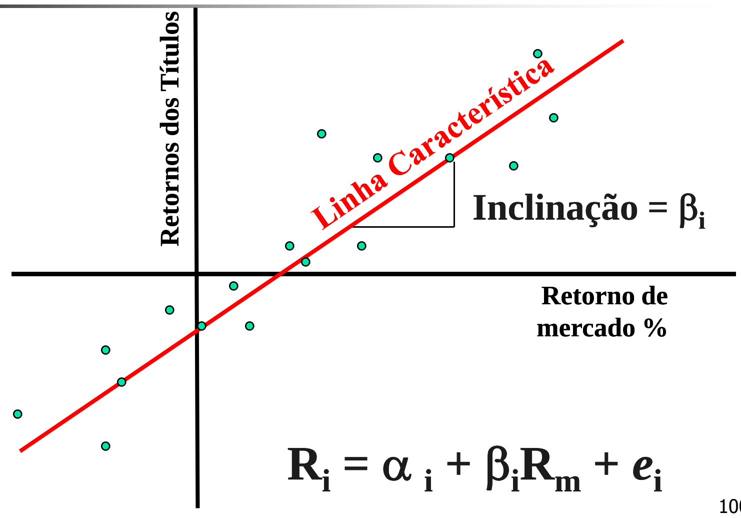
98

Mais sobre o Beta

- A boa notícia sobre o CAPM é que ele é fácil de se aplicar.
- O Beta pode ser encontrado em jornais e no yahoo.
- Mas podemos também estimar facilmente por nós próprios usando *regressão* (p.ex., no Excel).
  - Para este propósito, baixamos dados de retornos da internet.
  - Geralmente, baixamos 5 anos de retornos mensais para sua ação de interesse e o mercado (S&P 500).

99

Estimando o β pela regressão



$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$$

100

Estimativas de β para Ações Selecionadas

Ação	Beta
Bank of America	1.55
Borland Int’l	2.35
Travelers, Inc.	1.65
Du Pont	1.00
Kimberly-Clark Corp.	0.90
Microsoft	1.05
Green Mountain Power	0.55
Homestake Mining	0.20
Oracle, Inc.	0.49

Resumo e Conclusões

- Esta aula expõe os princípios da toria moderna de portfólio.
- O retorno esperado e a variância de um portfolio de dois títulos *A* e *B* são dados por

$$E(r_P) = w_A E(r_A) + w_B E(r_B)$$

$$\sigma_P^2 = (w_A \sigma_A)^2 + (w_B \sigma_B)^2 + 2(w_B \sigma_B)(w_A \sigma_A)\rho_{AB}$$

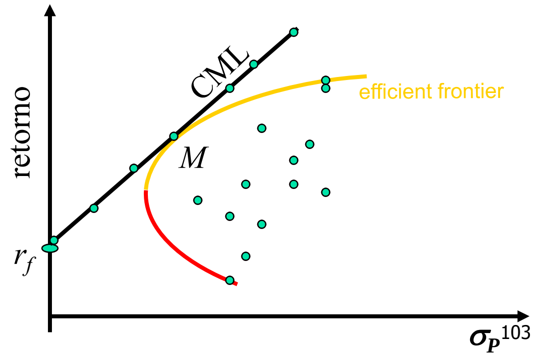
- Variando w_A, pode-se traçar o conjunto eficiente de portfólios. Plotando o conjunto eficiente para o caso de dois ativos como uma curva, aponta que o grau de curvatura reflete o efeito da diversificação: quanto mais baixa a correlação entre os dois títulos, maior a diversificação.
- A mesma forma geral mantém-se no mundo de muitos ativos.

102

Resumo e Conclusões

O conjunto eficiente de ativos arriscados pode ser combinado com tomar emprestado e emprestar sem risco. Neste caso, um investidor racional sempre escolherá manter o portfólio de títulos arriscados representado pelo portfólio de mercado.

Então tomando emprestado ou emprestando, o investidor seleciona um ponto ao longo da CML.



103

Resumo e Conclusões

- A contribuição de um título para o risco de um portfólio bem comportado é proporcional à covariância do retorno dos títulos com o retorno de mercado. Esta contribuição é chamada de beta.

$$\beta_i = \frac{Cov(R_{i,} R_M)}{\sigma^2 (R_M)}$$

- O CAPM estabelece que o retorno esperado de um título é está positivamente relacionado ao beta do título: $\overline{R}_i = R_F + \beta_i \times (\overline{R}_M - R_F)$

104