


The background of the slide is a repeating pattern of US coins, including quarters and pennies, in various orientations and colors (silver and gold).

O Valor no Tempo de uma Série de Fluxos de Caixa

Uma aula preparada por
Luiz A. Bertolo
IMES-FAFICA

A solid dark brown horizontal bar is positioned below the text on the right side of the slide.



O Básico

- Para se calcular o valor de uma série de fluxos de caixa usa-se a mesma matemática que aquela de se calcular o valor de uma soma total.
- Avaliar uma série envolve avaliar cada quantia individual (i.e., o fluxo de caixa) e daí somar estes valores.
- Se os fluxos de caixa são de mesmo valor e ocorrem em intervalos regulares de tempo podemos usar um atalho para avaliar a série.



Calculando um valor futuro de uma série de fluxos de caixa

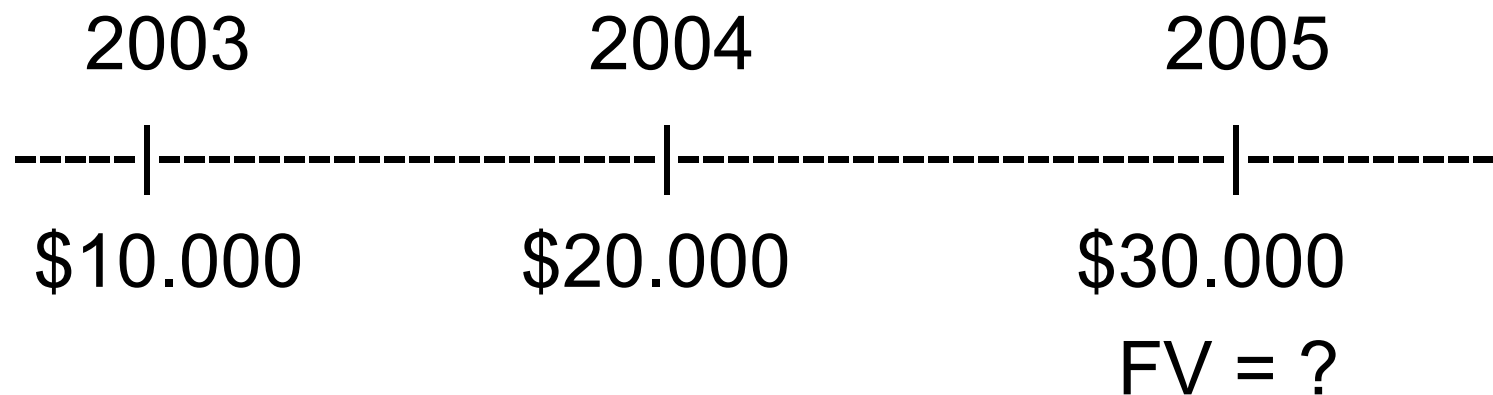
Suponha que as quantias seguintes sejam depositadas numa conta que pague 10% de juros, compostos anualmente:

<u>Depositado no final de:</u>	<u>Quantia</u>
2003	\$10.000
2004	\$20.000
2005	\$30.000

Calcule o saldo da conta ao término de 2005.

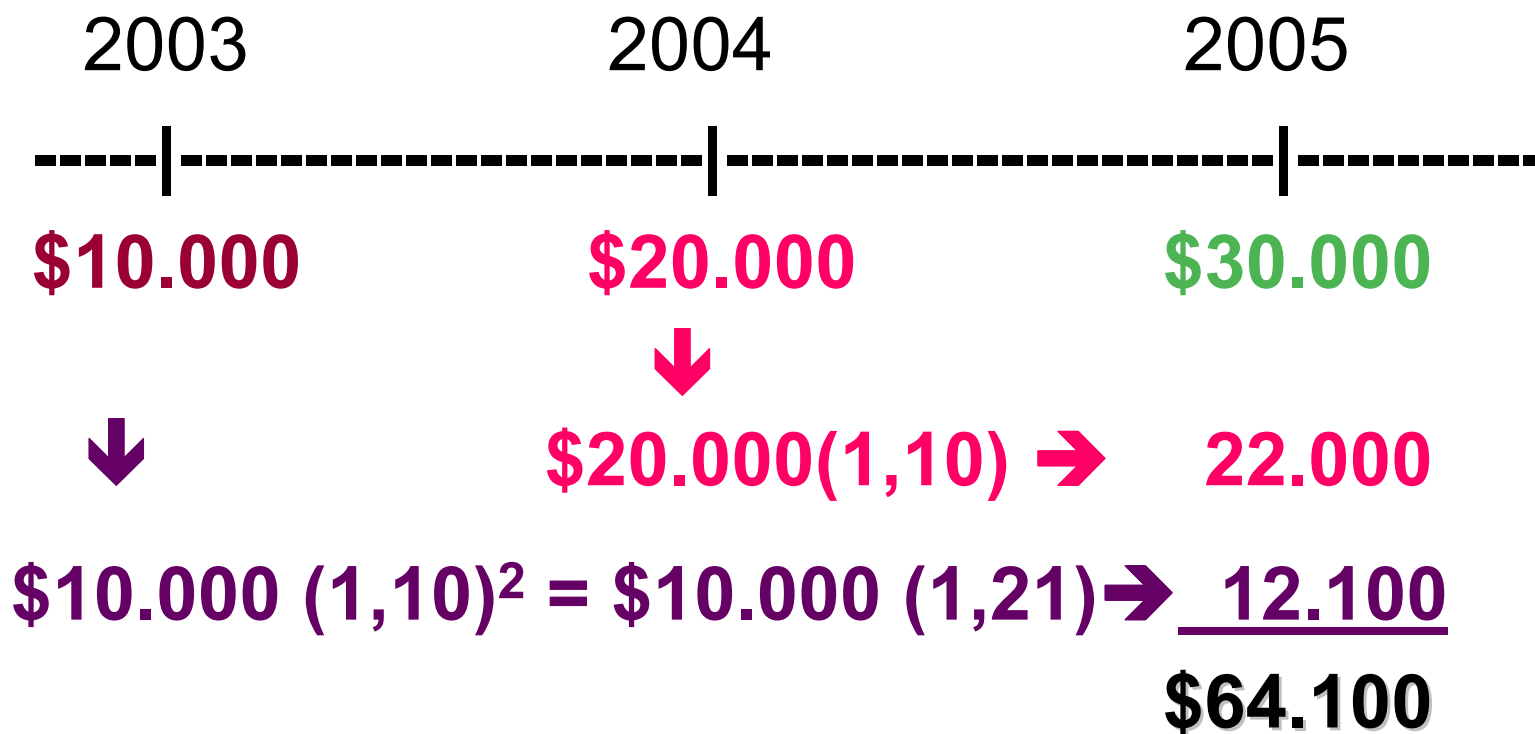


Calculando um valor futuro de uma série de fluxos de caixa, cont.





Calculando um valor futuro de uma série de fluxos de caixa, cont.





Calculando o valor futuro de uma série de fluxos de caixa futuros, cont.

Término do período	Quantia (CF_i)	Fator de composição	Valor Futuro
2003	\$10.000	1,2100	\$12.100
2004	\$20.000	1,1000	22.000
2005	\$30.000	1,0000	<u>30.000</u>
			\$64.100



Calculando um valor presente de uma série de fluxos de caixa

As quantias seguintes são retiradas planejadas de uma conta que paga 10%a.a. de juros, compostos anualmente:

<u>Retirada no final de:</u>	<u>Quantia</u>
2003	\$10.000
2004	\$20.000
2005	\$30.000

Quanto deve ser depositado no final de 2002 de modo que essas retiradas possam ser feitas e não sobrar fundo na conta?

Calculando o PV de uma série de fluxos de caixa futuros, cont.



\$10.000 **\$20.000** **\$30.000**



\$ 9.091 ← **\$10.000 / 1,10** ↓

16.529 ← **20.000 / (1,10)²** ↓

22.539 ← **\$30.000 / (1,10)³**

\$48.159



Calculando o PV de uma série de fluxos de caixa futuros, cont.

Término do período	Quantia (CF_i)	Fator de Desconto	Valor Presente
2003	\$10.000	0.90909	\$ 9.,091
2004	20.000	0.82645	16.,529
2005	30.000	0.75131	<u>22.539</u>
			\$48.159



Cálculo do valor presente de uma série usando a TI-83

Criar uma lista:

$\{10000, 20000, 30000\} \rightarrow L1$

Usar as aplicações matemáticas:

NPV(10,0,L1)

Resolver



Uma nota sobre listas na TI 83

VPL(10,0,L1)

- Taxa de juros como um número inteiro
- Fluxo de caixa inicial (ocorre hoje)
- Listar nome

Calculando o PV de uma série de fluxos de caixa futuros, HP10B & BAI+

Usando uma calculadora financeira:

HP10B

0 CFj
10000 CFj

20000 CFj

30000 CFj

10 I/YR



BAII+

CF 0 ENTER
↑ 10000 ENTER ↑ 1

ENTER ↑
↑ 20000 ENTER ↑ 1

ENTER ↑
↑ 30000 ENTER ↑ 1

ENTER ↑
CPT NPV 5 I/Y ↑ CPT

N PV ↑ CPT



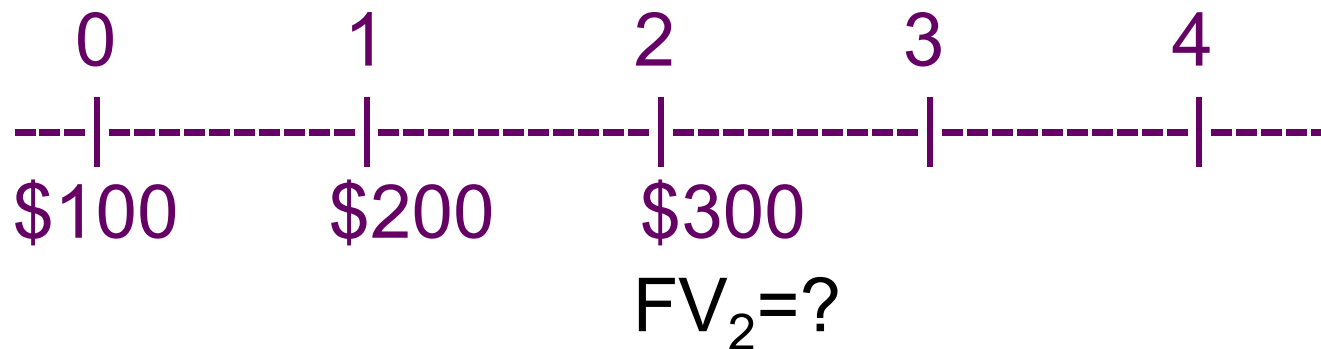
Um outro exemplo

Suponhamos que você deposite \$100 hoje, \$200 daqui a ano, e \$300 daqui a dois anos numa conta que paga 4% de juros, compostos anualmente. Qual será o saldo na conta ao término de anos? Três anos? Quatro anos?



Um outro exemplo, cont.

Ao término de dois anos,



$$FV_2 = \$100 (1 + 0.04)^2 + \$200 (1 + 0.04)^1 + \$300$$

$$FV_2 = \mathbf{\$616,16}$$



Um outro exemplo, cont.

Ao término de três anos,



$FV_3 = ?$

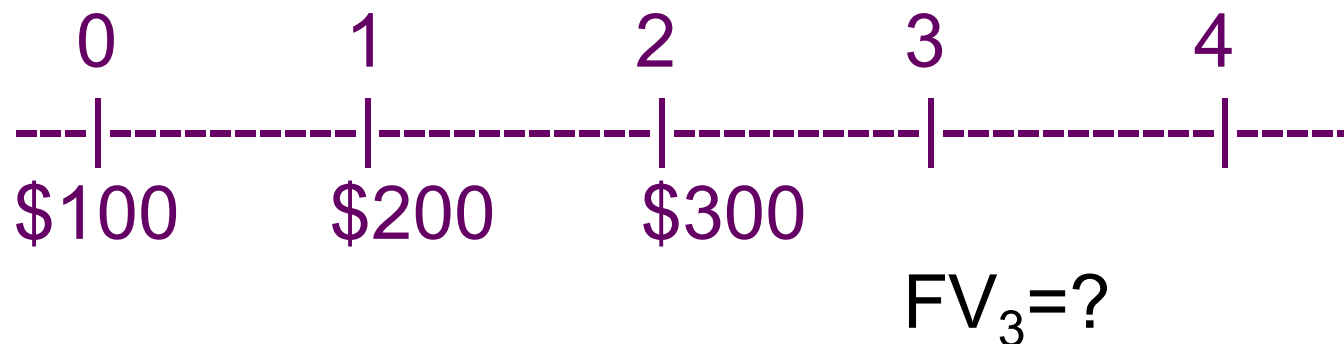
$$\begin{aligned} FV_3 &= \$100 (1 + 0.04)^3 \\ &\quad + \$200 (1 + 0.04)^2 \\ &\quad + \$300 (1 + 0.04)^1 \end{aligned}$$

$$FV_3 = \mathbf{\$640,81}$$



Um outro exemplo, cont.

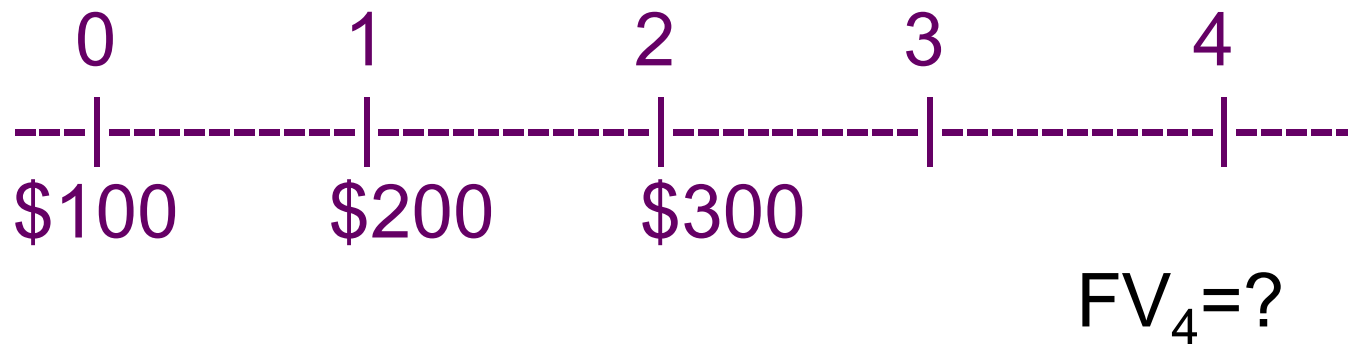
ou,



$$\begin{aligned}FV_3 &= FV_2 (1.04) \\ &= \$616,16 (1.04) \\ &= \$640,81\end{aligned}$$

Um outro exemplo, cont.

Ao término de quatro anos?



$$\begin{aligned} FV_4 &= FV_3 (1.04) \\ &= \$640,81 (1.04) \\ &= \$666,44 \end{aligned}$$

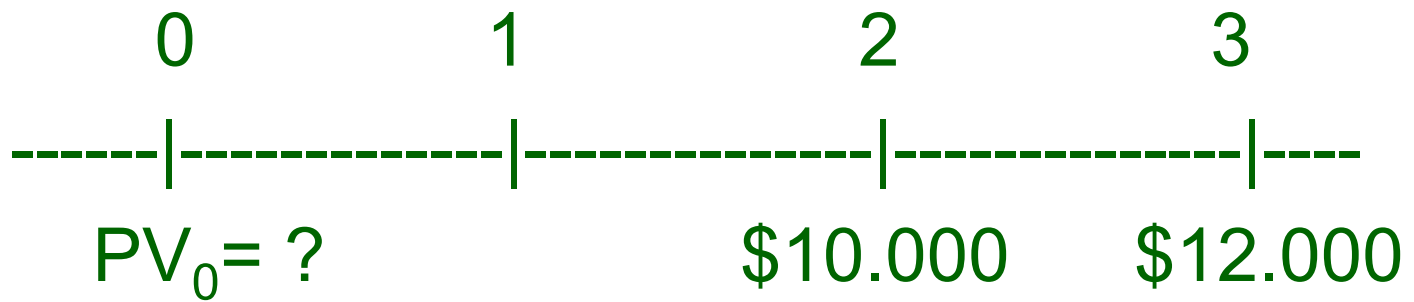


Ainda um outro exemplo

Suponhamos que você queira depositar uma quantia hoje que lhe habilitará retiradas de \$10.000 ao término de dois anos e \$12.000 ao término de três anos, não deixando saldo. Qual é a quantia deste depósito se o juro é ganho à taxa de 5% ao ano?



Ainda um outro exemplo, cont.





Ainda um outro exemplo, cont.

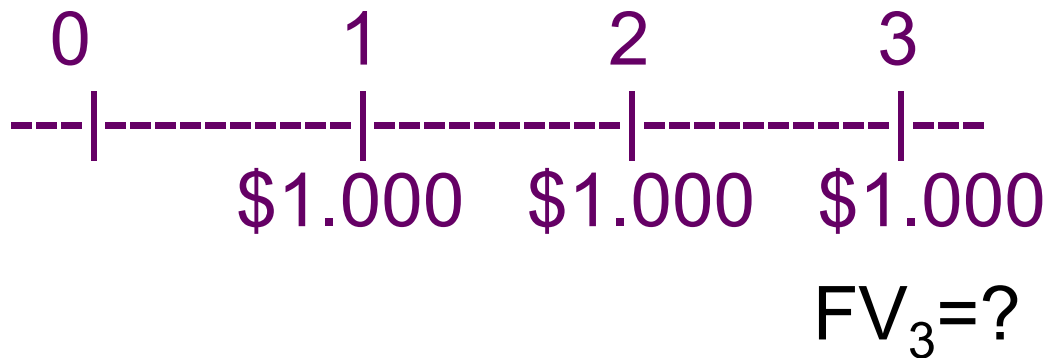
Dado:

$$\begin{aligned}CF_2 &= \$10.000 \\CF_3 &= \$12.000 \\i &= 5\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}PV &= \frac{\$10,000}{(1 + 0.05)^2} + \frac{\$12,000}{(1 + 0.05)^3} \\&= \$9.070,29 + \$10.366,05 \\&= \mathbf{\$19.436,34}\end{aligned}$$

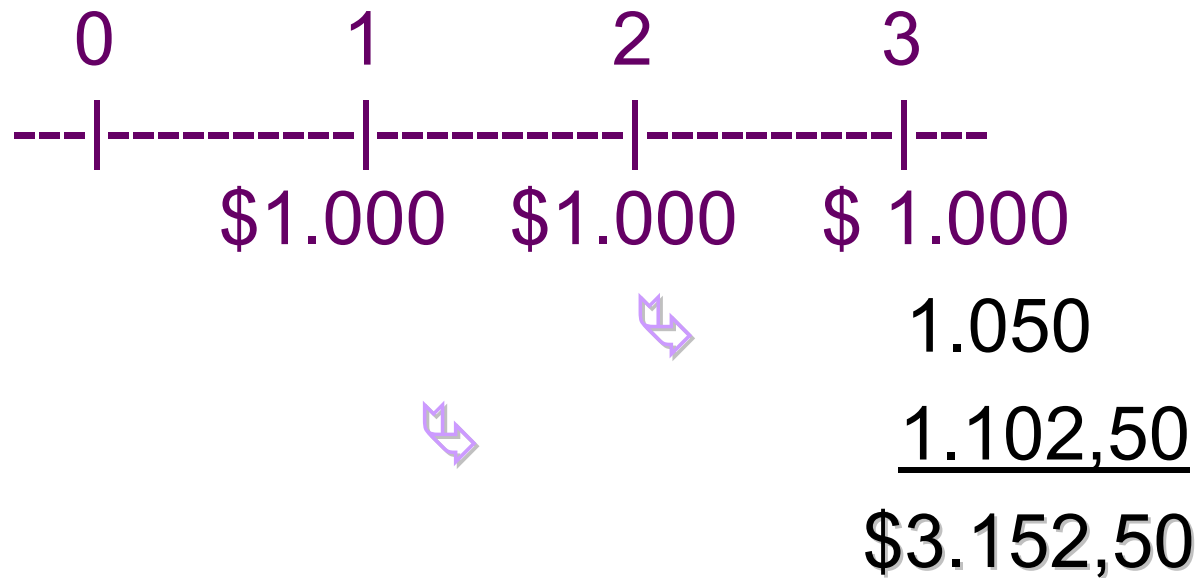
E um outro exemplo

Calcular o valor futuro ao término de três anos da seguinte série: \$1.000 a ser recebido no final de um ano, \$1.000 a ser recebido no final de dois anos, e \$1.000 a ser recebido no final de três anos. Use uma taxa de juro de 5%.





E um outro exemplo, cont.





E um outro exemplo, cont.

Término do período	Fluxo de Caixa	Fator de Composição	VF
1	\$1.000	1.1025	\$1.102,50
2	1.000	1.0500	1.050,00
3	1.000	<u>1.0000</u>	<u>1.000,00</u>
		3.1525	\$3.152,50



Anuidades

- Uma **anuidade** é uma série de fluxos de caixa periódicos, regulares.
- Se uma série de fluxos de caixa consiste de quantias periódicas, regulares, o problema pode ser freqüentemente resolvido usando um atalho – a formulação da anuidade.



Tipos de Anuidades

- Uma **anuidade ordinária** é uma anuidade em que o primeiro fluxo de caixa é o período um no futuro.
- Uma **anuidade antecipada** é uma anuidade em que o primeiro fluxo de caixa ocorre hoje.
- Uma **anuidade diferida** é uma anuidade em que o primeiro fluxo de caixa ocorre além de um período de hoje.



Valor futuro de uma anuidade ordinária

onde

$$FV = CF \sum_{t=1}^N (1 + i)^{N-t}$$

FV é o valor futuro,

CF é o fluxo de caixa periódico,

i é a taxa de juro por período de composição,

N é o número de fluxos de caixa futuros, e t indica o período.



Valor presente de uma ordinária anuidade

$$PV = CF \sum_{t=1}^N \left(\frac{1}{1+i} \right)^t$$

onde

PV é o valor presente,

CF é o fluxo de caixa periódico,

i é a taxa de juro por período de composição,

N é o número de fluxos de caixa futuros, e

t indica o período.



Avaliando anuidades

FV de uma anuidade = CF (FV fator anuidade)

PV de uma anuidade = CF (PV fator anuidade)

onde CF é o valor da anuidade e os fatores são especificados à taxa de juro e o número de períodos.



Exemplo: Valor futuro de uma anuidade

Suponhamos que você deposite \$1.000 numa conta ao término de cada ano por três anos. Se a conta rende 5% de juros por ano, qual é o saldo na conta ao final de três anos?



Exemplo: Valor futuro de uma anuidade, cont.

- No final do primeiro ano, **\$1.000**
- No final do segundo ano,
 $\$1.000 + \$1.000 (1 + .05) = \$2.050$
- No final do terceiro ano,
 $\$1.000 + \$2.050 (1 + .05) = \$3.152,50$



Exemplo: Valor futuro de uma anuidade, cont.

Dado: $CF = \$1.000$
 $N = 3$
 $i = 5\%$

$FV = \$1.000$ (fator anuidade FV)
 $= \$1.000 (3,1525)$
 $= \$3.152,50$



Exemplo: Valor futuro de uma anuidade, cont.

Calcular usando a tabela de fatores ou o fator calculado :

$$FV = \$1.000 (3,1525) = \$3.152,50$$



Exemplo: Valor futuro de uma anuidade, cont.

Usando uma calculadora,

PMT 1000

N 3

I 5

Encontrar FV



Exemplo: Valor presente de anuidade

Calcular o valor presente de quatro pagamentos de \$1.000 em anuidade ordinária se a taxa de juros é 5%.



Exemplo: Valor presente de uma anuidade, cont.

Dado: $CF = \$1.000$

$N = 4$

$i = 5\%$

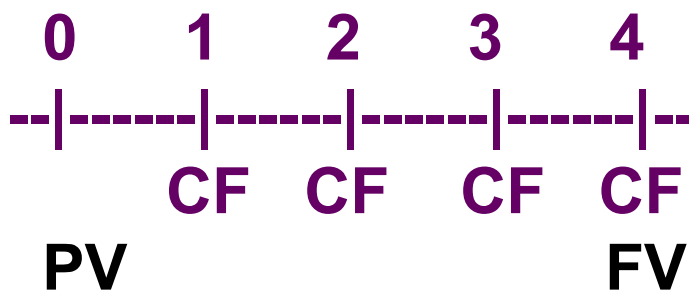
$PV = \$1.000$ (fator anuidade PV)

$= \$1.000 (3,5460)$

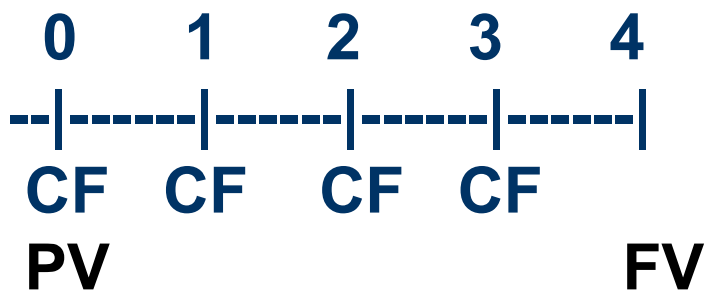
$= \$3.546$

Comparando os padrões

ordinária anuidade



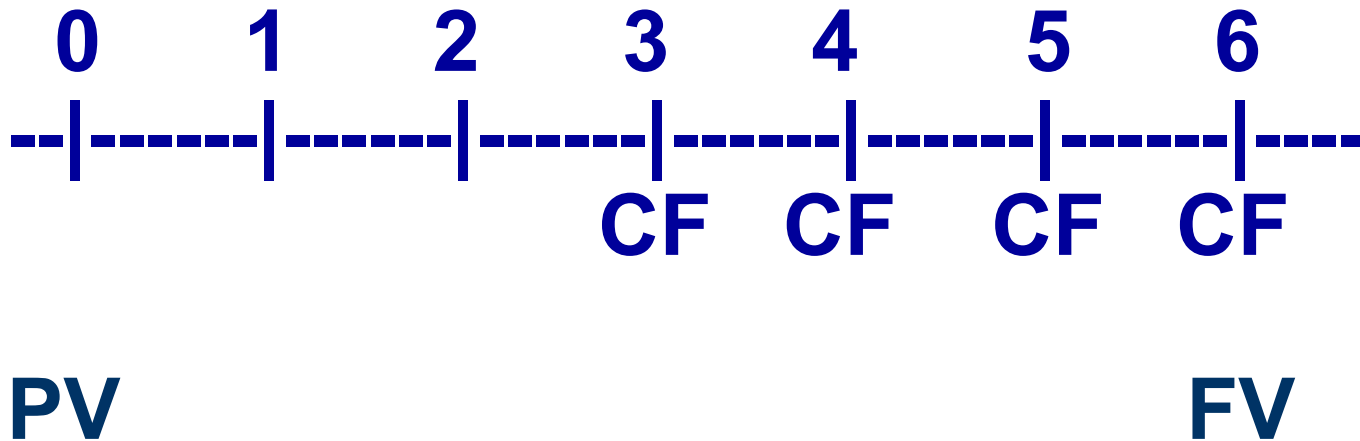
anuidade antecipada





Comparando padrões, cont.

anuidade diferida





Comparando avaliações

Considere uma anuidade consistindo de 3 pagamentos de \$4.000 cada. Se a taxa de juro for 5% ao ano, qual é o valor presente disto como:

Uma anuidade ordinária?

Uma anuidade antecipada?

Uma anuidade diferida, 2 períodos?



Comparando avaliações, cont.

- Uma anuidade ordinária :

$$\text{PMT} = \$4.000; n = 3; i = 5\%$$

$$\text{PV}_0 = \$10.892,99$$

- Uma anuidade antecipada

$$\text{PMT} = \$4.000; n = 3; i = 5\%$$

$$\text{PV}_0 = \$11.437,64$$

- Uma anuidade diferida

$$\text{PMT} = \$4.000; n = 3; i = 5\%$$

$$\text{PV}_1 = \$10.892,99$$

$$\text{PV}_0 = \$10.374,28$$



Problemas #1

Qual é o valor no final de 2002 da seguinte série de fluxos de caixa, se a taxa de desconto for 5%?

<u>Ano</u>	<u>Fluxo de caixa</u>
2003	\$1.000
2004	\$ 0
2005	\$3.000



Problemas #2

Qual é o valor ao término de 2005 da seguinte série de fluxos de caixa se a taxa de juro é 5%?

<u>Ano</u>	<u>Fluxo de caixa</u>
2003	\$1.000
2004	\$ 0
2005	\$3.000



Problemas #3

Qual é o valor hoje de uma série de fluxos de caixa prometida de \$6.000 ao término de cada um dos próximos cinco anos? Use uma taxa de desconto de 10%.



Problemas #4

Qual é o valor hoje da seguinte série of fluxos de caixa se a taxa de desconto é 10%?

<u>Anos de agora</u>	<u>Fluxo de caixa</u>
1	\$ 0
2	\$ 0
3	\$10.000
4	\$10.000

Próximas atrações ...

... anuidades diferidas

... avaliando taxas de juros

