




# Tópicos Adicionais ao Valor do Dinheiro no Tempo

Preparado por  
Luiz A. Bertolo  
IMES-FAFICA





# Tópicos Adicionais

---

- Amortização de empréstimos
- Encontrando a taxa de juro
- Encontrando o número de períodos



## Amortização de empréstimos

---

- **Amortização de empréstimo** é o reembolso de um empréstimo, com juros, em pagamentos periódicos.
- Cada pagamento do empréstimo consiste do reembolso de ambos, juros e o principal emprestado.
- Cada pagamento sucessivo envolve menos juros e mais reembolso do principal.



## Amortização de empréstimos, exemplo

---

- Considere um empréstimo de \$100.000 que é reembolsado em quatro prestações anuais de \$28.201,18 cada.
- Podemos determinar que a taxa de juro sobre este empréstimo é 5%
  - $PV = \$100.000$
  - $CF = \$28.201,18$
  - $N = 4$



## Amortização de empréstimos, exemplo continuação

Ano	Principal Inicial	Pagamento do empréstimo	juro	Reembolso do principal	Saldo final do empréstimo
0					\$100.000.00
1	\$100.000	\$28.201.18	\$5.000.00	\$23.201.18	76.798.82
2	76.,798.82	28.201.18	3.839.94	24.361.24	52.437.58
3	52.437.58	28.201.18	2.621.88	25.579.30	26.858.28
4	26.858.28	28.201.18	1.342.91	26.858.28	0.00



## Amortização de empréstimos: Um outro exemplo

---

Suponhamos que você tome emprestado \$10.000 e é exigido o pagamento disto de volta em três prestações anuais. E suponha que a taxa de juro sobre este empréstimo seja 10%.

- Qual é a quantia de cada pagamento do empréstimo?
- Quanto de cada pagamento do empréstimo é juro?



## Amortização de empréstimos : Um outro exemplo, cont.

---

O pagamento annual do empréstimo está baseado em:

$$PV = \$10.000$$

$$N = 3$$

$$i = 10\%$$

$$\text{Pagamento do empréstimo} = PMT = \$4.021,15$$



## Amortização de empréstimos: Um outro exemplo, cont.

Ano	Principal Inicial	Pagamento do empréstimo	juros	Reembolso do principal	Saldo final do empréstimo
0					\$10,000.00
1	\$10,000	\$4,021.15	\$1,000.00	\$3,021.15	6,978.85
2	6,978.85	4,021.15	697.89	3,323.26	3,655.59
3	3,655.59	4,021.15	365.56	3,655.59	0.00

The background of the slide is a repeating pattern of US coins, including quarters and pennies, in various orientations. A white rounded rectangle is positioned on the left side, containing the title text. A dark brown horizontal bar is located at the bottom right of the slide.

# Encontrando a taxa desconhecida



## Encontrando a taxa desconhecida

---

Para um problema de soma total, use a equação básica de avaliação,

$$FV = PV (1 + i)^n$$

e rearranjando para encontrar  $i$ ,

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$



## Encontrando a taxa desconhecida

---

- Encontrar uma taxa desconhecida para uma soma total? Usando uma calculadora, entre com FV, PV, e n e encontre i.
- Encontrando uma taxa desconhecida para uma anuidade? Usando uma calculadora, entre com FV, PV, PMT e n.
- Sugestão: Entre com PV como um número negativo na sua calculadora.



## Exemplo #1

---

Qual seria a taxa de juro que você precisa para dobrar seu dinheiro em cinco anos:

- Se o juro é composto anualmente?
- Se o juro é composto continuamente?



## Solução para o exemplo #1

Para composição anual:

Dado:            PV    =    1

                  FV    =    2

                  n     =    5

$$i = \sqrt[5]{\frac{2}{1}} - 1 = \sqrt[5]{2} - 1 = 2^{\frac{1}{5}} - 1 = 14.8698 \%$$



## Solução para o exemplo #1

---

Para composição contínua:

$$FV = PV e^{nAPR}$$

$$2 = 1 e^{5APR}$$

$$\ln 2 = 5 APR$$

$$APR = 13,86\%$$



## Exemplo #2

---

Suponhamos que você comprasse uma ação por \$20 o lote no final de 1990. E suponhamos que você vendesse a ação por \$50 no final de 1997. Se a ação não pagasse dividendos, qual seria o retorno annual da ação?



## Solução para o exemplo #2

Dado:            PV    =    \$20

                  FV    =    \$50

                  n     =    7

$$i = \sqrt[7]{\frac{\$50}{\$20}} - 1 = \sqrt[7]{2.5} - 1 = 2.5^{1/7} - 1 = 13.985\%$$

The background of the slide is a repeating pattern of US coins, including quarters and pennies, arranged in a grid-like fashion. The coins are slightly offset from each other, creating a textured effect. The text is centered within a white, rounded rectangular area that overlaps the top-left corner of the coin pattern.

# Encontrando o número de períodos desconhecido





## Encontrando o no. de períodos desconhecido

---

Para um problema de soma total, comece com a equação básica de avaliação,

$$FV = PV (1 + i)^n$$

E rearranje para encontrar n,

$$n = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln (1 + i)}$$



## Encontrando o n<sup>o</sup>. de períodos

---

- Encontrando um número desconhecido para uma soma total? Usando uma calculadora, entre com FV, PV, e i e encontre n. Arredonde o para o período de composição inteiro mais próximo.
- Encontrando um número de períodos desconhecido para uma anuidade? Usando uma calculadora, entre com PV, PMT e i.
- Sugestão: Entre com PV como um número negativo na sua calculadora.



## Exemplo: Encontrando $n$ para uma soma total

---

Quanto tempo leva para dobrar o seu dinheiro se a taxa de juro é 6% ao ano, composto anualmente?



## Encontrando $n$ para uma soma total

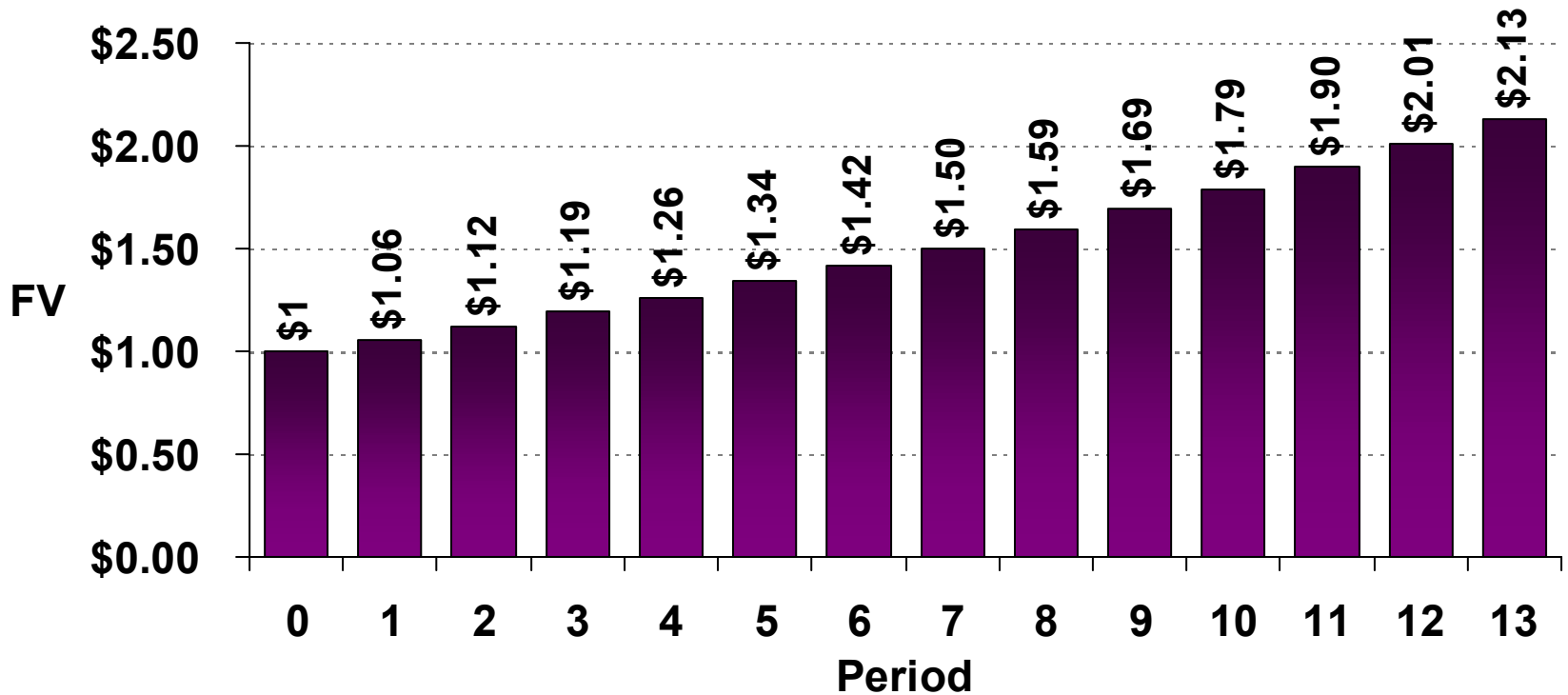
---

$$n = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln (1 + i)}$$

$$n = \frac{\ln 2 - \ln 1}{\ln (1 + 0.06)} = \frac{0.69315 - 0}{0.05827}$$

$n = 11,9$ , arredondando para 12 anos

# Encontrando n para uma soma total



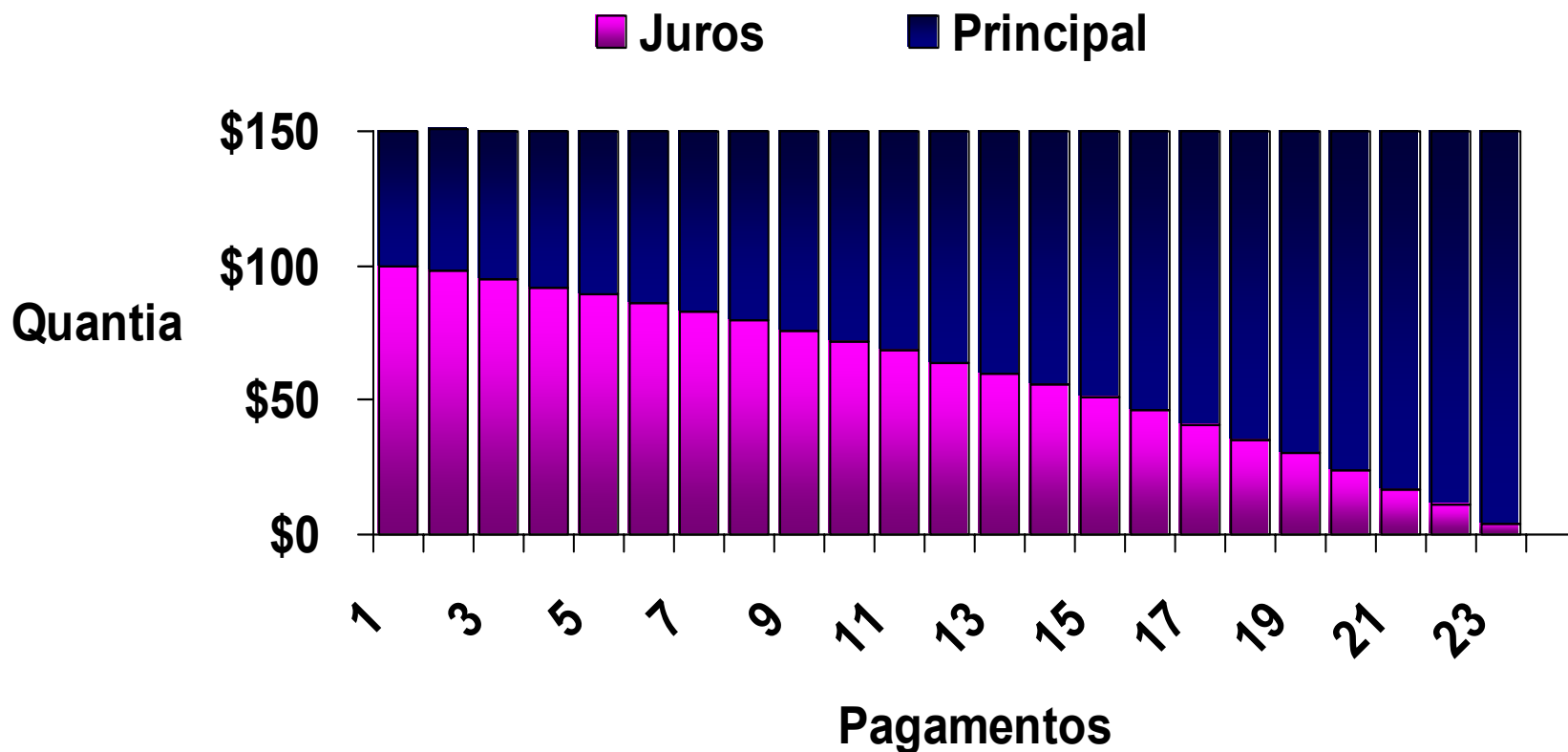


## Exemplo: Encontrando N para uma anuidade

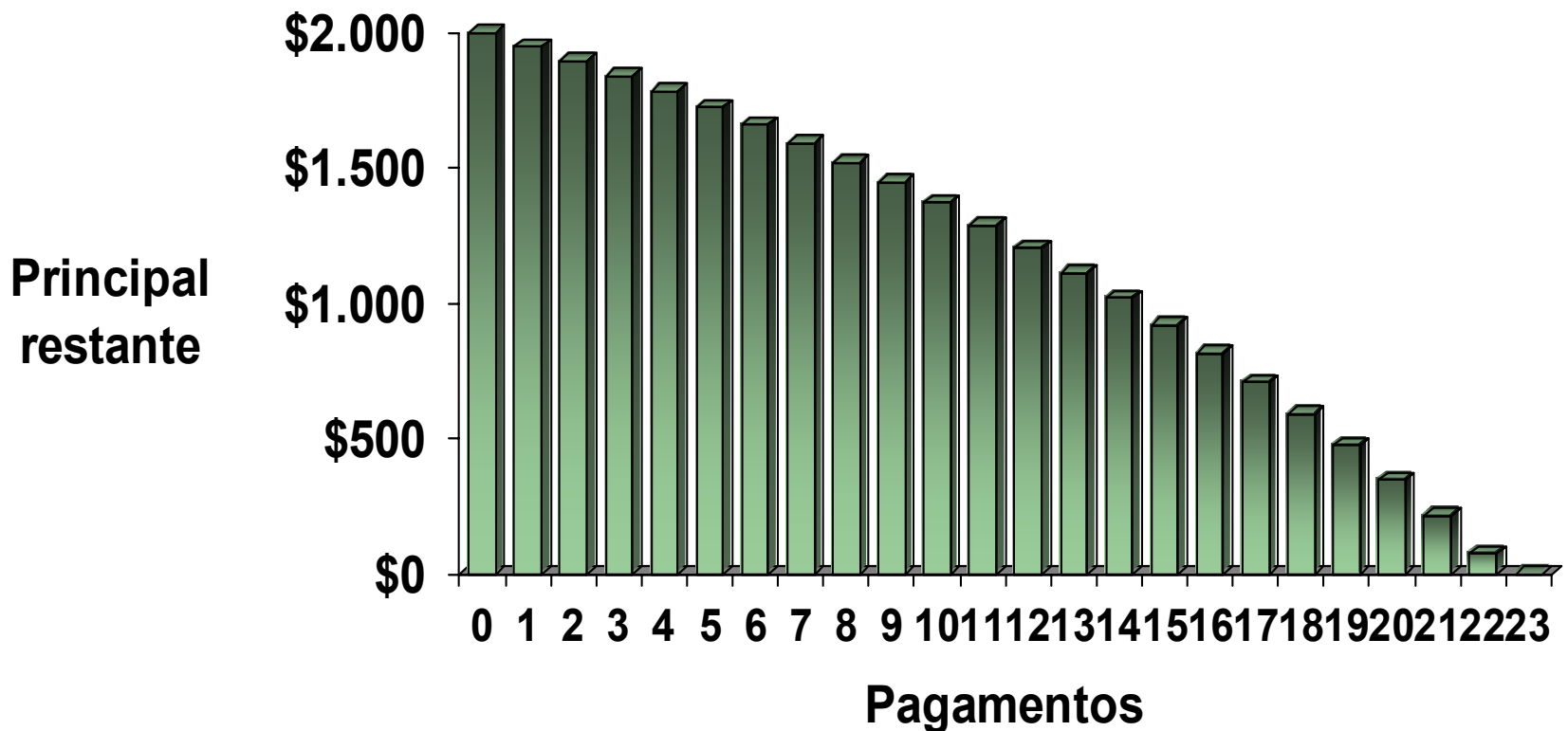
---

- Suponhamos que você tome emprestado \$2.000 hoje e espera pagar \$150 no final de cada ano. Se a taxa de juro é 5%, quanto tempo levará pagar os \$2.000 do empréstimo?
- Solução:  $PV = \$2,000$ ;  $PMT = \$150$ ,  $i = 5\%$ ;  
Encontrar N
  - $N = 22.52$ , arredondando para 23 (before it's paid off completely).

# Encontrando N para uma anuidade



# Exemplo: Encontrando N para uma anuidade



The background of the slide is a repeating pattern of US coins, including quarters and pennies, arranged in a grid-like fashion. The coins are slightly offset and overlap, creating a textured, metallic appearance. The colors range from the silver of the quarters to the gold and copper of the pennies.

# Problemas prácticos





## Problema #1

---

A Enrot Company tomou emprestado \$1 milhão para financiar o novo country club memberships para a Diretoria. O empréstimo exige 20 pagamentos anuais de \$80.242,59 cada um, pagos no final de cada ano.

Qual é a quantia de juros paga no segundo pagamento anual?



## Problema #2

---

Quanto tempo leva para um saldo numa conta aumentar de \$10.000 para \$15.000 se o juro annual é 3%?

A vertical decorative border on the left side of the slide, featuring a collage of various coins, including US quarters and pennies, in shades of silver and gold.

## Problema #3

---

Quanto tempo leva para dobrar o seu dinheiro se o juro é 10% APR, composto trimestralmente?



## Problema #4

---

Se eu investir \$1.000 hoje numa conta que pague 6% de juros, compostos trimestralmente, quanto eu terei na conta ao final de cinco anos?

- a. \$1,338.23
- b. \$1,346.86
- c. \$1,349.86



## Problema #5

---

Suponhamos que você tenha a meta de economizar \$1 milhão para o momento que se aposentar daqui a 50 anos. Se você ganhar 10%a.a. sobre suas economias, que soma total você teria que depositar na conta hoje par atingir esta meta?

- a. \$8.518
- b. \$117.391
- c. \$860



## Problema #6

---

Qual série tem maior valor presente, assumindo uma taxa de juro de 5% e que o primeiro fluxo de caixa seja recebido no final do primeiro período, o segundo fluxo de caixa no final do segundo período, e assim por diante.

- a. \$0; \$0; \$500
- b. \$165; \$165; \$165
- c. \$470; \$0; \$0



## Problema #7

---

Considere um empréstimo de \$1.000 que é pago de volta em vinte prestações de \$80,24 cada uma. Quanto do principal do empréstimo é pago no pagamento do segundo ano?

- a. \$32
- b. \$48
- c. \$50



## Problema #8

---

Quanto tempo leva para quadruplicar seu dinheiro se a taxa de juro é 8% ao ano, composto trimestralmente?

- a. 17 anos, 9 meses
- b. 18 anos
- c. 71 anos



## Problema #9

---

Suponhamos que eu tome emprestado de Mike's Pawn Shop, que oferece grana a ser paga com 25%, daqui a 20 dias. Qual é a taxa annual efetiva de juros do empréstimo de Mike?

- a.  $EAR \leq 50\%$
- b.  $50\% < EAR \leq 100\%$
- c.  $100\% < EAR \leq 200\%$
- d.  $200\% < EAR$



## Problema #10

---

Quanto você terá de depositar hoje numa conta que rende 6% ao ano de modo que você possa se aposentar daqui a 30 anos e retirar \$50,000 cada ano por vinte anos iniciando um ano após a aposentadoria?

- a. Menos que \$75.000
- b. entre \$75.000 e \$100.000
- c. entre \$100.000 e \$125.000
- d. mais que \$125.000



**Próximas atrações ...**

**...Exame 2**